



سلسلة هندسة المعلومات ونظم الكمبيوتر

تميز المصنوع

دكتور: بشير على عرنوس

الاسحاب
للنشر والتوزيع

بجرا عينا

- الفهرس
- المقدمة
- وضع مسائل التمييز. معايير التقييم وشروط الاختيار
 - مقدمة و تعاريف
 - الميزّات الرئيسية للتعرف على الأجسام
 - إختيار مجموعة الخواص
 - أنواع دلائل (عناصر) التمييز
 - معايير تقييم نفعية دلائل التمييز
 - التقسيم (الإنقسام)
 - طرق حساب معايير المقارنة
- التعرف على الأنماط
 - ما هو التعرف على الأنماط (تمييز الاجسام)؟
 - النظم المثالية للتعرف على الأنماط
 - المشاكل الثانوي لتمييز الأنماط
 - التعلّم والتكيف
 - تصنيف الأنماط
 - إنتزاع الميزات
 - التصنيف
- نظرية Bayesian لإتخاذ القرار
 - قاعدة قرار Bayes (التّعليُّ إحتمال الخطأ)
 - الميزّات المستمرة: الحالة العامة
 - التصنيف الى صنفين
 - التصنيف مع درجة الخطأ الأدنى
 - مناطق القرار
 - المصنفات، دوال التخفيض، وسطوح القرار في حالة تعدّد الأصناف
 - مصنف الأنماط الإحصائي
 - مصنف Bayes
 - مناطق القرار
 - حالة الصنفين
 - الكثافة الطبيعية - الحالة العامة
 - مقياس الطاقة (الانتروبيا)
 - الكثافة الطبيعية - حالة متعدد المتغيرات
 - تحويلات التبييض
 - التصنيف بدرجة الخطأ الأدنى
 - الدالة التناقضية للكثافة الطبيعية
 - الدوال التناقضية للكثافة الطبيعية. الحالة 2 . مصفوفات المتغيرات المشتركة
 - إحتتمالات الخطأ و التكامل
 - الكثافة الطبيعية - حالة المتغيرات المتعددة
 - الإمكانية القصوى وتقييم عوامل Bayesian
 - التعلّم من البيانات الملاحظة
 - إختيار النموذج
 - دالة الإمكانية- اللوغاريتمية و دالة النتيجة
 - الحد الأعلى استدلالياً (MAP)
 - حالة Gaussian: المتوسط المجهول
 - حالة Gaussian: المتوسط المجهول والتغاير

- حالة متعدد متغيرات Gaussian
- تقدير Bayesian: كثافات الصنف الشرطية
 - تقدير Bayesian: النظرية العامة
- تعليم Bayesian - توزيع المتغيرات الموحدة الطبيعي
 - تعلّم Bayesian التكراري التزايد
- الإمكانية الأعلى مقابل Bayesian
 - مشاكل الأبعاد: الدقة، الوعد، وحجم عينات التدريب
- التقنيات بدون العوامل
 - طريقة المخطط الإحصائي
 - تقدير الكثافة
 - نافذة Parzen و مركز الجوار الأقرب (KNN)
 - نافذة Parzen
 - الأمثلة
 - إيجابيات تقنيات اللاعوامل
 - سلبيات تقنيات اللاعوامل
 - Kn - تقدير الجار الأقرب
 - التصنيف مع k - الجار الأقرب و نافذة Parzen: تقدير الاحتمالات الإستدلالي
 - التصنيف بقاعدة الجار الأقرب
 - تحليل المكوّن و التميز
 - تحليل المكوّنات الرئيسي (PCA)
 - المصفوفة المبعثرة
 - دالة الخطأ
 - تحليل المكوّنات الرئيسي - الخوارزمية
 - تحليل المكوّنات الرئيسي - التجمّع
 - تقييدات تحليل المكوّنات الرئيسية
- التمييز الخطي
 - تحليل التمييز المتعدّد
 - دوال التمييز الخطية
 - دوال التمييز الخطية و اتخاذ القرار - حالة الصنفين
 - حالة متعدد الأصناف
 - دوال التمييز الخطية المعممة
 - أمثلة
 - حالة الصنفين المفصولين خطيا
 - إجراءات إنحدار الهيل
 - خوارزمية هبوط الهيل
 - خوارزمية نيوتن.
 - تقليل دالة معيار الإدراك الحسي
 - خوارزمية مجموعة الإدراك الحسي
 - الإدراك الحسي لعينة وحيدة ثابتة الزيادة
 - إجراءات الإرخاء
 - سلوك غير قابل للتقسيم
 - إجراءات مربع الخطأ الأدنى
 - العلاقة مع المميز الخطي
 - إجراء Widrow-HOFF
- آلية التعلّم

- آلية التعلّم الخطيّة و آلة موجه الدعم (SVM)
- خوارزمية الادراك الحسي - الجولة الثانية
 - خوارزمية الادراك الحسي (الشكل الأساسي)
- الهامش الوظيفي والهندسي
- نظرية Novikoff
- التمثيل الثنائي
 - الإزدواجية: الخاصية الأولى لآلة موجه الدعم
 - قصور المصنّفات الخطيّة
- التعلّم في فضاء الميزّات
 - المشاكل مع فضاء الميزّات
 - التخطيط الضمني لفضاء الميزّات
- فضاء الميزّات بنافع اللبّ
 - نظرية Mercer
 - أمثلة الألباب
- تكوين الألباب
 - اللبّ السيئ
- مشكلة التعميم
- التعلّم الصحيح المحتمل تقريباً
 - الحدود على أداء التعميم
- تخفيض حدّ الخطر الهيكلي
- الهامش
 - خطأ التصنيف
 - مقسم الهامش الأعلى
 - نظرية التحسين (تحقيق الأمثلية)
 - التحدّب
 - شروط Karush-Kuhn-Tucker (KKT)
 - حالة عدم القابلية للتقسيم
 - مقسم الهامش اللطيف
 - تطبيق التقنيات
 - الخوارزمية المباشرة لهامش المعيار 1 اللطيف
 - التقريب البسيط
 - القطع الكبيرة والتقسيم الى المركبات الاساسية
 - تحقيق الأمثلية الأدنى التسلسلية SMO .
- تطبيقات
 - تمييز الوجه
 - تمييز الرقم المكتوب باليد
- شبكات Bayesian
 - مقدمة
 - الإستقلال الشرطي
 - التمثيل التخطيطي (الجرافيك)
 - التعريف الرسمي
 - الإنشاء
 - شبكات Bayesian العادية
 - الاستدلال
 - أنواع الإستدلال

- الإستدلال الساذج
- خوارزمية العينات العامة
- المحاكاة
- تعلّم العوامل
- الإرباك الهندسي
- تعريف المشكلة
- إختيار نقاط الإهتمام
- التعرف على النموذج الوحيد
- التعقيد الغير مناسب
- الخوارزمية
- الإستقلالية الهي تتّمح بالمقارنة
- التحويل القريب
- المعالجة المبدئية (الإعداد)
- التمييز
- بَعْض الملاحظات حول الخوارزمية
- نقاط الاساس (القاعدة) القويّة
- إيجاد مطابقة أفضل وأقلّ المربعات
- خلاصة الخوارزمية
- التمييز تحت التشابه
- مُطابقة الخطّ
- النتائج التجريبية
- الإستنتاجات
- تحليل الخطأ
- عامل الوفرة (البديل)
- احتمالية المطابقات الخاطئة
- تقدير خطأ الاحداثيات
- المناقشة
- التوسع
- الإستنتاجات
- التمييز بالأجزاء
- مقدمة وتعريف
- الجسم الغير مدرك
- الكلام المنطوق وتمييز الانماط
- التعرف على الاجسام - المجال البصري
- تمييز الاجسام الغير متوقّعة
- التمييز بالمكونات RBC
- القضايا
- وحدات التمثيل- الايونات الهندسية
- القواعد الادراكية للتمييز بالمكونات
- إختلافات غير عرضية مُتميّزة أكثر
- التمييز بالمكونات - الخلاصة
- التمييز بالمكونات - المبادئ العامة
- التمييز بالمكونات - فرضيات حسابية
- القضايا
- التمييز المبني على الوظيفة

- مقدمة وتعريف
 - الخطوط العريضة
 - إختيار الأداة
 - تصنيف الآليات
- التعرف بالأجزاء الوظيفية
 - الأفكار الرئيسية
- إكتشاف الوجه
 - تعريف بالمشكلة
 - الطريقة المقترحة
 - تركيب (بنية) الكاشف
 - التدريب: بناء الكاشف
 - مجموعة التصديق المستقلة
 - وضع الأهداف لكامل الكاشف
 - وضع الأهداف لكل مستوى
 - التدريب: مستوى واحد
 - وصف المصنفات
- الإصطفاف
 - الخطوات العامة
 - الخطوات العامة قبل الإصطفاف
 - الخطوات اثناء الإصطفاف
 - الخطوات العامة بعد الإصطفاف
 - الوقفة (الوضعية) ثلاثية الابعاد من ثلاث نقاط مطابقة
 - خوارزمية الإصطفاف
 - الحل المنظوري
 - تبرير التقريب المنظوري الضعيف.
 - الحلّ الضعيف المنظوري
 - موقع الصورة للنموذج ذو النقاط الاربع
 - التمييز و الصور الملونة
 - المعالجة المبدئية للصور الملونة قبل عملية التمييز
 - مبادئ تمييز الصور الملونة
 - استعمال الاحداثيات اللونية كدلائل تمييز
 - مقارنة تأثير تمييز الصور الملونة بدلائل مختلفة
 - التحويلات التبادلية لإحداثيات النظم اللونية
 - إستخدام النسبة R/B كعنصر تمييز
 - إستخدام تحويلات نظم الاحداثيات اللونية في مسائل معالجة و تمييز الصور الملونة
 - مقارنة فعالية استخدام نظم احداثيات لونية مختلفة
 - نظام معالجة وتصنيف الصور الملونة لكريات الدم
 - تحديد دلائل التمييز
 - خوارزمية تصنيف كريبات الدم
 - خوارزمية حساب عدد كريبات الدم
 - نتائج بعض التجارب المنفذة بهدف تصنيف الكريات
- المراجع

الرؤية في الحاسوب هي الدراسة والتطبيق للمبادئ التي تتّيح للحاسبات بفهم محتوى الصور أو محتوى البيانات المتعددة الأبعاد عموماً. مفهوم "يفهم" هنا يعني بأن المعلومات المعيّنة المنتزعة من بيانات الصور بهدف معيّن: أما لتقديمه إلى مشغل بشري (على سبيل المثال ، عند إكتشاف خلايا سرطانية في صورة بلسعمالٍ المهجر)، أو للتحكم ببعض العمليات (على سبيل المثال ، الصناعة الآليّة أو العربية المستقلة ذاتياً). إنّ بيانات الصورة التي تُغذي نظام رؤية الحاسوب في أغلب الأحيان هي صور رقمية لتدرجات الومادي ملوّنة، كما يُمكن أيضاً أن تكون على شكل إثنان أو أكثر من مثل هذه الصور (على سبيل المثال ، من آلات تصوير ستيريو) ، سلسلة فيديو ، أو صور ثلاثية الأبعاد. في أكثر تطبيقات رؤية الحاسوب العملية، الحاسبات تبرمج عادة لحلّ مهمة معيّنة، لكن الطرق المستندة على التعلّم أصبحت شائعة على نحو متزايد الآن.

رؤية الحاسوب يُمكن أيضاً أن تُوصَفَ كتكملة للرؤية الحيوية. في الرؤية الحيوية وأنظمة رؤية الفهم البصري الحقيقية للبشر والحيوانات المُختلفة الهدروسة، والتي انتجت نماذج عن كيفية تطبيق هذه الأنظمة من ناحية المعالجة العصبية في المستويات المُختلفة. رؤية الحاسوب، من الناحية الأخرى، هي دراسة ووصف لنظام الرؤية التقني الذي يطبق في البرامج أو الأجهزة في الحاسبات أو في معالجات الإشارة الرقمية. هناك بعض الوظائف المشتركة بين الرؤية الحيوية ورؤية الحاسوب لكن، عموماً، حقّق الدراسة لرؤية الحاسوب هو معالجة البيانات البصرية لمشكلة تقنية.

لا يخفى على القارئ الفائدة الكبيرة من التطبيقات العملية لنظم المعالجة والتمييز. هي تعتبر بحق واحدة من أهم وظائف الذكاء الاصطناعي، وتطال جميع مجالات الحياة. أنظمة المعالجة والتمييز تسمح باستبدال الإنسان في ظروف العمل الغير صحية، عند تنفيذ أعمال رتيبة ومجهدة ستكون المساعد والشريك الذي يمكن الإعتماد عليه. فنجدها تقوم بالنيابة عن الانسان بتنفيذ الكثير من المهام في المجال الطبي، ونجدها تستبدله بمطابقة الوجوه وبصمة العين وبصمة الاصابع، وتقوم بمضاهاة التوقع. كما نجدها كقارئ آلي للنصوص المطبوعة، حيث تحول الجرافيك (الصورة التي تحتوي على رسوم الكلمات) الى ملفات نصية. كما نجدها في أنظمة تحليل الصور الفضائية، وأنظمة الجغرافيا... الخ، حيث يطول الوصف في المجالات الممكنة لإستخدام هذه النظم. بكلمات أخرى، يمكن القول، بأنه في حال رغبة الإنسان والعمل الجاد يمكن أتمتة كل الوظائف التي يقوم بها الإنسان بإستخدام البصر، وهي كما ذكر سالفا كثيرة جداً، حيث تبلغ نسبة إعتماد الانسان في تنفيذ الوظائف المختلفة على البصر بشكل كبير بالنسبة لباقي الحواس.

كما تم ذكره في كتاب معالجة الصور، ان أنظمة المعالجة والتمييز تنقسم الى جزئين رئيسيين وهما، حسب المسمى، المعالجة والتمييز. حيث تكون مهمة المعالجة هي تنفيذ العمليات الخاصة بمعالجة الصور، والتي تتلخص بتحسين الصور وترميمها، والتي تم شرحها بالتفصيل في الكتاب المذكور. تكون المعالجة ملازمة للتمييز، حيث تعتبر جزء ضروري لإعداد الصورة للتمييز. التمييز سيكون موضوع هذا الكتاب. يعرف تمييز الصور بأنه مسألة معالجة وتحويل الصور المدخلة الى تراكيب بلغة دلائل التمييز التي تسمح بتصنيف الجسم المراد التعرف عليه الى احد الأصناف المشكلة في مرحلة التعلم و/ او التخطيط.

يعتبر إختيار مجموعة دلائل التمييز هو الإختلاف الأساسي بين مبادئ التمييز الكثيرة جداً والمختلفة. تحدد عملية إختيار دلائل التمييز وإمكانية جمعها آلياً مستوى كفاءة و مصداقية نظام المعالجة والتمييز.

كما تم بيانه في الكتاب الخاص بالمعالجة فإن المخطط الوظيفي العام لإنظمة المعالجة والتمييز يشمل اربع وحدات رئيسية وهي كالتالي:

- وحدة إدخال الصور – تهتم بإدخال الصور من جهاز الإدخال (كاميرا، ماسح ضوئي.. الخ) الى جهاز الحاسب وتشكيل التمثيل الرقمي للصورة وحفظها بأحد انواع هذا التمثيل.
- وحدة المعالجة المبدئية- تتلخص مهام هذه الوحدة بتحسين نوعية الصورة..
- وحدة التمييز – تعتبر قلب نظام المعالجة والتمييز، و تقوم بالوظائف التالية :
 - إختيار مجموعة دلائل التمييز بالإستناد على مبدأ التمييز المختار.
 - وصف (تعريف) الصورة بلغة الدلائل (عناصر التمييز).
 - حساب قيم معايير المطابقة للجسم المراد تمييزه.
 - مطابقة هذه القيمة مع القيم الخاصة بالنماذج المخزنة في قواعد البيانات.
 - أخذ القرار بإلحاق هذا الجسم الى احد أصناف مجموعة النماذج.
- وحدة التخزين – قواعد البيانات التي يتم تخزين النماذج بها.

تعتبر مداخل المعلومات لدى الإنسان- الحواس الخمس : البصر، السمع، الشم، الذوق و الحس. ويعتبر العقل هو المعالج الرئيسي للمحلل للمعلومات المدخلة والمسؤول عن التفكير والإدراك والإستنتاج و إتخاذ القرار، هذا على

الأقل ما تتبناه النظريات العلمية فيما يتعلق بدور العقل في عملية الإدراك هنا، غير أن الطرح القرآني يعطي هذا الدور للقلب والله أعلم حسب الآيات الكريمة التالية: ولقد ذرانا لجهنم كثيرا من الجن والانس لهم قلوب لا يفقهون بها ولهم اعين لا يبصرون بها ولهم اذان لا يسمعون بها اولئك كالانعام بل هم اضل اولئك هم الغافلون (الاعراف 179)، ولا تفق ما ليس لك به علم ان السمع والبصر والفؤاد كل اولئك كان عنه مسؤولا (الاسراء 36)، فلم يسيروا في الارض فتكون لهم قلوب يعقلون بها او اذان يسمعون بها فانها لا تعمى الابصار ولكن تعمى القلوب التي في الصدور (الحج 46) ومع ان هذه النقطة ليست موضوع بحث كتابنا هذا غير انه وجب التوضيح. يعتبر نصيب حاسة البصر لدى الإنسان، من نسبة المعلومات المدخلة عن طريقه، الأكبر، حيث يبلغ 90% من إجمالي المدخلات. بينما تتوزع الـ 10% الباقية على الحواس الأربعة الأخرى. لذلك نجد ان الإنسان ركز على موضوع البصر الصناعي، لجعله المدخل الاساسي لمعلومات النظم الصناعية المطورة. تتكون هذه الانظمة من نفس الوحدات الرئيسية نفسها التي يملكها الإنسان. فنجد فيها وحدات الإدخال : كآلات التصوير، الماسح الضوئي، لوحة المفاتيح، أجهزة التقاط الصوت، الفأرة... الخ. كما نجد وحدة المعالجة المركزية (المعالج)، ووحدات الذاكرة بمختلف انواعها. بالإضافة الى كل هذه الاجزاء الصلبة نجد البرمجيات التي تعتبر مسؤولة عن إدارة الاجزاء الصلبة وتحليل المعلومات المدخلة، تخزينها، ومعالجتها للوصول الى مخرجات الحل.

هذه البرمجيات مبنية على مختلف الاسس والمبادئ والنظريات الخاصة بإدخال وتشكيل قواعد البيانات وحفظ المعلومات، تمثيل المعلومات، المعالجة المبدئية للمعلومات بهدف تحسينها، معالجة المعلومات لإستخراج دلائل التمييز بالاعتماد على مبدأ التمييز المستخدم، ترجمة المعلومات للغة الدلائل، معالجة المعلومات لحساب معايير المطابقة بعد إختيارها حسب المسألة المطلوبة، مطابقة الدلائل وإعطاء القرار (النتيجة). يغطي هذا الكتاب مراحل وأدوات وطرق تطوير أنظمة تمييز الصور. يبدأ الكتاب بمقدمة تعرف القارئ بتعاريف هذه النظم وانواعها ومهامها. ينتقل الى نماذج الدوال المستخدمة كمعايير المطابقة لمهام التصنيف والتقسيم وإتخاذ القرار بإنتماء الجسم المراد تمييزه الى هذا او ذاك الصنف. يعطي فكرة شاملة عن دلائل التمييز الممكنة، والمستخدمة في أنظمة التمييز، كما يعرض معايير التقييم المستخدمة لإختيار دلائل التمييز. ينتقل الى الشرح المفصل عن بعض مبادئ التمييز ومن بينها مبادئ التمييز المستعملة لتمييز الصور الملونة. يوضح بتفصيل كيفية إستعمال اللون كعنصر تمييز، بإستخدام التحويلات اللونية المشروحة في كتاب معالجة الصور، ويعطي نتائج التجارب في هذا المجال. يشرح بتمعن بعض أنظمة التمييز المعنية بمسائل معينة.

وضع مسائل التمييز. معايير التقييم وشروط الإختيار

يعتبر التصنيف والتمييز هو الوظيفة الاساسية لاي نظام معالجة وتمييز، حيث تعطى مجموعة اجسام او حالات والتي تحتاج الى تقسيم وتصنيف بهدف التعرف عليها.

لنفترض انه لدينا عدد M من هذه الاجسام او الحالات:

$$\Omega = \{ w_1, w_2, \dots, w_M \}, \text{ حيث } \Omega \text{ مجموعة الاجسام,} \\ W_i - \text{عنصر المجموعة}$$

لنفترض اننا إختارنا مجموعة الخواص (دلائل التمييز) $X = \{ x_1, x_2, \dots, x_r \}$ ، والتي على اساسها يمكن تقسيم المجموعة الى المجموعة الثانوي:

$$C = \{ c_1, c_2, \dots, c_l \}, \quad \forall i \neq j \text{ و } C_i \cap C_j \neq \emptyset \text{ لكل } i, j \text{ حيث } \bigcup_{i=1}^l C_i = \Omega$$

مجموعة (فضاء) الاجسام ينقسم بإستخدام دلائل التمييز المعنية $x_i (i=1, 2, \dots, r)$ الى مجموعات منفصلة غير متقاطعة $c_i (i=1, 2, \dots, l)$ او اصناف. مفهوم الصنف يعني مجموعة الاجسام التي تملك نفس دلائل التمييز (الخصائص). هنا لابد من الإشارة الى انه من الضروري إختيار دلائل التمييز x_i ، بحيث ان كل دليلة تمييز x_i

ستحمل معلومات عن الجسم او الحالة مختلفة عن المعلومات التي ستحملها دلالات التمييز الاخرى . يمكن الحصول على تقسيم مختلف لمجموعة الاجسام بالاعتماد على الاختيارات المختلفة لدلائل التمييز، بمعنى آخر أصناف مختلفة C_i . يمكن اعتبار مجموعة دلالات التمييز (الخواص) X_a لإحداثيات الجسم w_a في فضاء الأجسام. النقاط الممثلة لأجسام صنف واحد، يجب أن يقعوا بقرب بعضهم البعض بشكل أقرب من وقوعهم إلى نقاط الأجسام الممثلة لأصناف الأخرى. كذلك يجب بيان ان الاصناف محدودة بعدد الاجسام فيها و لا تتقاطع فيما بينها . تطبيق هذه الخصائص على انظمة المعالجة والتمييز يحدد نجاحها باختيار مجموعة دلالات التمييز.

العنصر الرئيسي الذي يقيم نجاح اختيارنا لمجموعة دلالات التمييز (الخواص) يعتبر مفهوم معايير (مقياس) المطابقة والذي يحدد الشبة بين جسمين او حالتين بالمواصفات التالية:

$$L(w_i, w_j) \geq 0 ; L(w_i, w_j) = L(w_j, w_i) ; L(w_i, w_i) = \max_i L(w_i, w_j) \text{ для } \forall i.$$

المسألة تحل بالطريقة التالية. مجموعة الخواص $X = \{ x_1, x_2, \dots, x_l \}$ افضل وفعالة اكثر من مجموعة الخواص $X^* = \{ x^*_1, x^*_2, \dots, x^*_l \}$ إذا كانت الحالة w_i هي النموذج المعالج للحالة S_i في فضاء الحالات، وتحقق الشروط التالية:

$$L(S_i, w_i) > L^*(S_i, w_i) \text{ و } L(S_i, w_j) < L^*(S_i, w_j) \text{ لكل } \forall i < j,$$

حيث L - الدالة، التي تعرف مقياس المطابقة وتعتمد على مجموعة الخواص X ؛
حيث L^* - الدالة، التي تعرف مقياس المطابقة وتعتمد على مجموعة الخواص X^* ؛

من الواضح ان اختيار الخواص، يعتمد على نوع مسائل التمييز، بمعنى آخر تعتمد على الاجسام المراد تمييزها، ومسألة اختيار مجموعة دلالات التمييز الفعالة يتم اختيارها بطريقة التجريب.

هناك العديد من الطرق لحساب الدالة L سيتم عرض البعض منهم لاحقاً. يجب الأخذ بعين الاعتبار طريقة تعريف الحالات المدخلة وخاصية المسألة موضوع التمييز عن اختيار مقياس المطابقة. دالة المطابقة تعتبر العنصر الرئيسي لتقسيم مجموعة الاجسام (الحالات) الى اصناف. تعتبر عملية تقسيم مجموعة الاجسام الى اصناف فعالة اكثر كلما اقتربت قيمة مقياس المطابقة الى الحد الأدنى اكثر.

$$L(C_i, C_k) \rightarrow \min, \text{ حيث } L(C_i, C_k) = \inf \{ L(w_i, w_k) / w_i \in C_i, w_k \in C_k \}.$$

لتحديد مقياس المطابقة بين الاصناف يمكن استخدام واحدة من الدوال التي سيتم سردها لاحقاً. على سبيل المثال

المسافة من النقطة $P \in \Omega$ وحتى الصنف C تحسب كالتالي:

$$d_1(P, C_0) = \inf \{ d(P, M) / M \in C_0 \}$$

المسافة بين الأصناف:

$$d_2(C_1, C_2) = \inf \{ d(P, M) / P \in C_1, M \in C_2 \}.$$

يعتبر ان العنصر w_i ينتمي الى الصنف C_i اذا:

$$d_1(w_i, C_k) = \min_j d_1(w_i, C_j).$$

بعد تقسيم مجموعة الاجسام الى أصناف، يجب تعريف (كتابة) كل صنف بواسطة (بلغة) دلالات التمييز وذلك لتحديد الصنف الذي ينتمي اليه الجسم المدخل S_i المراد تمييزه . من اجل ذلك يتم تعريف مركز الثقل (الجاذبية) لكل صنف C_i ($i = 1, 2, \dots, l$).

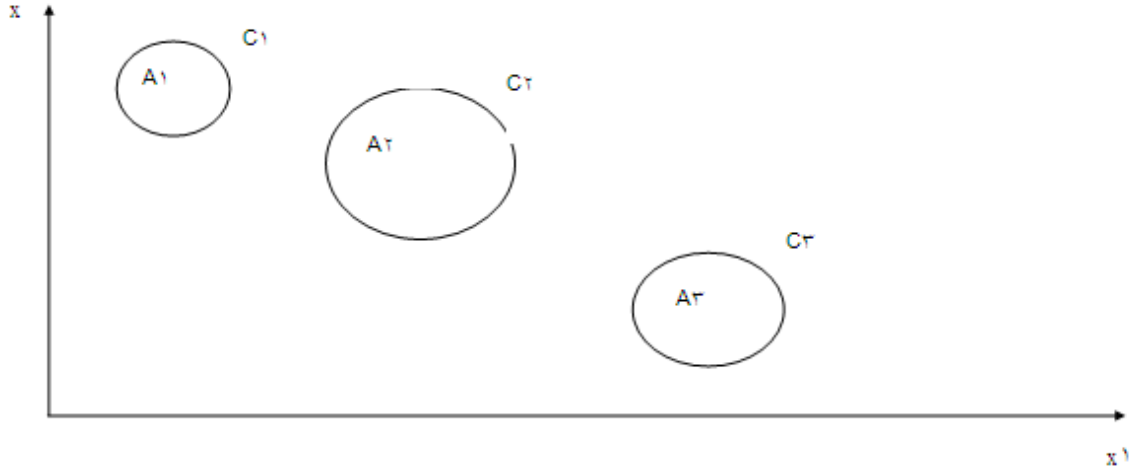
لنفترض $C_i = \{ w_1, w_2, \dots, w_k \}$ مجموعة الحالات، وكل حالة w_i من C_i تعرف بمجموعة الدلائل $X_{w_i} = \{ x_{1i}, x_{2i}, \dots, x_{ri} \}$ فإنه

$$x1^{Ai} = \sum_{i=1}^R xi1/R, x2^{Ai} = \sum_{i=1}^R xi2/R, \dots, xr^{Ai} = \sum_{i=1}^R xi1r/R.$$

نحصل بالنتيجة على مركز الثقل (الجاذبية)

$$X_{Ai} = \{ x1^{Ai}, x2^{Ai}, \dots, xr^{Ai} \}.$$

تحل مسألة إنتماء الحالة المدخلة (الجسم المراد تمييزه) لصنف معين بإستخدام مقياس المطابقة بين Si ومركز الجاذبية Ai ($i = 1, 2, \dots, l$). بهذا الشكل Si ينتمي الى Ci اذا $L(Si, Ai) = \max L_j(Si, Aj)$. اذا استخدمنا المسافة كدليلة مطابقة فإننا نعتبر $Si \in Ci$ اذا $d(Si, Ai) = \min d(Si, Ai)$.



الرسم رقم 1.

المهام الأساسية التي تظهر أثناء تصميم وبناء انظمة تمييز الصور هي التالية:

- التعريف الكامل للخواص التي تميز الجسم.
- إجراء التصنيف المبدئي للأجسام.
- إنتاج قاموس الدلائل.
- وصف كل الأصناف بلغة، الخواص المتوفرة في قاموس الخواص.
- تقسيم مجموعة الدلائل الى الاقسام المطابقة لإصناف ابجدية الاصناف.
- اختيار خوارزميات التمييز التي تسمح باتخاذ القرار بإنتماء الجسم/ الحالة المراد تمييزه الى احد اصناف المجموعة.
- تعريف ابجدية الاصناف وقاموس الدلائل لنظام التمييز.
- تطوير خوارزميات للتحكم بعمل النظام.
- توسع الخوارزميات الخاصة هو عمل إدارة مجموعة هو.
- اختيار معاملات فعالية نظام التمييز وتقييم معناهم . كمعاملات الفعالية يمكن اختيار نسبة إحتمال الحلول الصحيحة، متوسط الزمن المطلوب لإعطاء الحل في نظام التمييز... الخ. هذه القيم يتم اختيارها بناء على التجارب على نظام مطبق او على نموذج رياضي او فيزيائي لهذا النظام.

الميزات الرئيسية للتعرف على الأجسام

إنّ تقنيّة التمييز مستندة على الفرضية التي تفيد بأن الميزات الثابتة الرئيسية والقابلة للإنتراع و التي تُحقّق بعد ذلك في السياق المحلي، يُمكن أن تُستعاد بشكل كفاء من بيانات الصورة. بشكل مُحدّد أكثر، يمكن القول بأن الميزات الرئيسية يجب أن تحدد الخصائص التالية:

- يجب أن يكونوا معقّدين بما فيه الكفاية ليس فقط لأن يُحدّدوا تشكيلة الجسم، لكن بلنّ يكون لديهم العوامل التي يُمكن أن تُستعمل للفهرسة.
 - الميزات الرئيسية يجب أن يكون عندها احتمال كبير من الكشف فيما إذا كان الجسم الذي يحتويهم يحتلّ منطقة الإهتمام (نشط).
 - عوامل الدليل يجب أن تتغيّر نسبياً ببطء بينما تركيب الجسم يتغيّر (بشكل نصف ثابت).
- من وجهة نظر حسابية، الثبات الحقيقي مرغوب، ويبدل الكثير من البحث عن الميزات الثابتة. لسوء الحظ، تبدو ان مثل هذه الميزات النشطة من الصعب أن تُصمّم، خصوصاً الإسقاطات الثنائية الأبعاد للأجسام الثلاثية الأبعاد، حيث العديد من الميزات الكلاسيكية لا تُرضي هذه المعايير. كما ان قطع الخطّ ليست مخططات جسم كاملة معقّدة بما فيه الكفاية وهي ليست قابلة للإنتراع بشدّة، والقوالب البسيطة ليست نصف ثابتة.
- الفراع الأساسي الذي يجب أن يُحلّ هو الذي بين تعقيد الميزة و امكانية الكشف ال قويع. لكي نُخفّض المطابقات المتعدّدة، فإن الميزات الرئيسية يجب أن تكون معقّدة جداً. كذلك، إذا اعتبرنا الميزات المعقّدة كمجموعات إعتباطية من ميزات أسهل، فإن عدد الميزات العالية المستوى المحتملة يمرّ بزيادة قابلة للاتحاد بينما التعقيد يزيّد. هذه الحالة غير مرغوبة جداً من وجهة نظر قابلية الكشف القويّة، كما اننا لا نريد إعتبار أو نخرّج تصاعدياً للعديد من الإمكانيات. الحّلّ ليس بليستعمل مجموعات إعتباطية، لكن بلبناد مجموعات الميزة المستوية الأعلى على بنية هيكلية مثل الجوار والإستمرار الجيد. مثل هذه العمليات المتعلقة بالتجميع والادراك بحثت على نطاق واسع في السنوات القليلة الماضية. إحتاج التمييز الإضافي لتخفيض المطابقات المتعدّدة والمكتسبة عن طريق عملية التحقق المحلية بحال ان الميزات الرئيسية تم إنتزاعها.

إختيار مجموعة الخواص

تعتبر مهمة إختيار دلائل التمييز من اهم المسائل في تطوير نظم التمييز، حيث تصف هذه الدلائل كل نموذج وتعتبر الدالة التي تحدد إنتماء الجسم المراد تمييزه الى هذا الصنف او ذاك. كما تميز هذه الدلائل مبادئ التمييز المختلفة، حيث تختلف هذه المبادئ باختلاف الدلائل المختارة وطريقة إستقرائها. تعتمد فعالية و مصداقية نظام التمييز بشكل كبير على مجموعة الدلائل المُختارة للتمييز، فكل ما كنا نأجحين بإختيار هذه الخواص أدى ذلك الى نجاح وفعالية النظام المطور.

مفهوم الخاصيّة (دليّة التمييز) هو غامض نسبياً. بحيث إذا كنا لانعرف اي أجسام مطلوب جمعها في أصناف مختلفة واية اجسام مفروض إتخاذ القرار بشأن إنتمائها للأصناف الأخرى وما هو المطلوب للتعرف عليه، فإن مفهوم دلائل التمييز يبقى غير معرف. الانماط المعينة تحدد الدلائل والعكس صحيح الدلائل المعينة تعرف الانماط المحددة. هذا الارتباط بين الدلائل والانماط يسمح لنا بإعتبار الخواص المتولدة من علاقة الدلائل بالانماط والتي بحد ذاتها لاتقسم مجموعة الاجسام ولكن بإشتقاقات من هذه العلاقة يمكن التأكد من إمكانية التقسيم.

يمكن تقسيم دلائل التمييز بشكل شرطي الى مجموعتين :

- دلائل التمييز الطبيعية: تغطي هذه المجموعة الخواص التي يمكن إنتزاعها بالتحليل البصري للصورة. كمثال على هذا النوع من الدلائل ممكن إعتبار التالي: اللون، السطوع، الحجم (الأبعاد)، الشكل...الخ.
- دلائل التمييز الإصطناعية: هذا النوع من الدلائل يمكن الحصول عليه بتنفيذ بعض المعالجة الخاصة على الصورة. كمثال على هذا النوع من الدلائل يمكن أعتبار التالي: المسقط الإحصائي لتوزع السطوع، طيف مدى الإشارة الممثل ببعض الدوال كتحويل فوريير....الخ.

تظهر نتائج التجارب المنفّذة على مجموعة من الناس، بأنه عند مقارنة سرعة تمييز الاجسام المختلفة عن بعضها البعض بأربع دلائل تمييز وهي (الشكل، الأبعاد، السطوع واللون) تم إكتشاف ان وقت إنتقاء الاجسام بإستخدام عنصر اللون كدليل تمييز كان الأقل، وبإستخدام السطوع والأبعاد كان الأكبر. هذه النتائج بينت ان استخدام اللون كعنصر تمييز لدى الانسان رفع وبشكل ملحوظ من فعالية التمييز لديه. هذا يسمح لنا بالإعتقاد بأن استعمال اللون كعنصر تمييز سيرفع من فعالية نظم التمييز المبنية على اساس البصر الصناعي.

إنتراع دلائل التمييز عادة يتم مع بعض الاختلاف عن النموذج المثالي. في هذه الحالة، ولتفادي الخطأ الذي يمكن ان ينتج عن هذا الاختلاف، يجب إعتداد أكثر من دليل تمييز، على الأقل إثنان. على سبيل المثال للتعرف و تمييز عناصر

المجموعة التالية: موز، باذنجان، فصولياء فيكفينا عنصرين تمييز وهما اللون والشكل، ولكن في حالة ان مجموعة الاجسام تتكون من الطماطم و الفريز فأنا بحاجة الى عناصر اخرى كبنية السطح مثلا.

للتقييم الفعلي لنفعية استخدام دلائل التمييز، عادة نستخدم مواصفات (شروط) مبسطة والتي بنسبة ما تبين كمية المعلومات في هذه الدلائل. تعتبر الدلائل احسن كلما اقترب مؤشر النفع الخاص بها من الواحد. حساب مؤشر النفع لنموذج متعدد الدلائل يمكن تنفيذه بحساب نسبة احتمالية بعض الخصائص لكل عنصر تمييز. في هذه الحالة نفعية هذا العنصر او ذاك تعرف بمقياس المعلومات التي يحتوي عليها والمرتبطة بمفهوم الغير معرف للعناصر، بحيث يمكن اعتبار ان جدوى (نفعية) عنصر التمييز تقل كلما زاد مستوى الغير تعريف لهذا العنصر.

أنواع دلائل (عناصر) التمييز

- هناك العديد من الانواع المختلفة لعناصر التمييز، كما ذكر سابقا. نورد هنا بعض الانواع المهمة من عناصر التمييز.
- دلائل السطوح: يعتبر السطوح (الإضاءة) واحدة من اهم انواع عناصر التمييز. السطوح يمثل بقيم كشدّة الإضاءة، الكثافة الطيفية للأشعة الضوئية، إحدثيات اللون... الخ
- الدلائل اللونية: في بعض مسائل التمييز المحددة تعتبر عناصر التمييز اللونية اهم دلائل التمييز والتي بدونها يصيح التقسيم شبه مستحيل. الدلائل اللونية بنسبة ما تغطي دلائل السطوح، مع إمكانيات اوسع من دلائل السطوح. حيث اللون بالإضافة الى السطوح يحمل عنصرين مستقلين اخرين وهما الاشباع اللوني والتدرج اللون (رقم اللون). المسألة الوحيدة التي تعقد عملية استخدام اللون كعنصر تمييز هو اعتماده على الاضاءة في بعض نماذج اللونية ك RGB ولكن بتنفيذ بعض التحويلات اللونية المذكورة في كتاب معالجة الصور يمكن الانتقال الى نموذج لوني لايعتمد فيه تدرج اللون على الاضاءة مما يسمح باستخدامه كعنصر تمييز فعال جدا.
- دلائل المحيط (الحافة): تحديد الحواف تعطي رسم الاجسام واجزائها المستقلة في الصورة، مما يجعلها مهمة في عملية تعريف هذه الاجسام. مبادئ تحديد الحواف كثيرة جدا، لكنها بشكل عام اغلبها يستند على انه عند الحواف تتغير قيم الاجسام. بتحديد عتبة معينة يمكن مقارنة قيم الاجسام وتحديد انتماء او عدم النقاط اليها.
- دلائل البقعة او الخط: البقعة تعرف على انها جزء بسيط من الصورة والتي قيمة السطوح او تدرج اللون فيها مختلف بحدّة عن قيم الجوار. لتحديد البقعة نقوم اولا بتصفية الصورة باستخدام مرشح مرور ادنى، بعد ذلك يتم مقارنة القيم الناتجة (المتوسطة) مع متوسط قيم الجوار الاربع لكل نقطة. البقعة ستحدد في حال ان هذه المسافة كبيرة نوعا ما. لتحديد الخط يمكن استخدام الأفتعة التالية:

$$H1 = \begin{bmatrix} -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \end{bmatrix} \quad H2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 2 & 2 & 2 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$H3 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix} \quad H4 = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

- دلائل بنية السطح: لتوضيح المقصود ببنية السطح، لنلاحظ الاختلاف في بنية سطوح الثمار والخضار التالية: الفروالة (الفريز)، الاناناس، الذرة المقشرة، الطماطم. نلاحظ ان لكل من هذه الثمار بنية سطح مختلفة عن الاخر و محددة لهذا الصنف من الثمار. البنية ممكن تقسيمها الى طبيعية وإصطناعية. البنية الطبيعية هي صورة المشاهد الطبيعية للتراكيب المتكررة والتي تعرف بمقاييس الوحدة الاساسية بها، على سبيل المثال حبة الذرة. مقياس الوحدة الاساسية مرتبط بمدى التكرار لهذه الوحدة. تغير إشارة المسقط الكبير يدل على البنية الخشنة، كما في حالة الاناناس، وتغير إشارة المسقط الصغير يدل على البنية الناعمة، كما في حالة الفروالة. وعليه يمكن القول بان دلائل البنية حسب خاصيتها الطبيعية مرتبطة بمقاييس الوحدة الاساسية المتكررة فيها. كعنصر تمييز يمكن استخدام عدد تغيير إشارة مسقط (السطوح، تدرجات اللون) الخاص ببنية السطح.

- دلائل المسقط الإحصائي: المساقط الاحصائية الناتجة عن توزيع احتمالية قيمة السطوع أو إحداثيات اللون، يمكن ان تستخدم كعنصر تمييز، حيث انها تحمل الكثير من المعلومات عن الصورة.
- دلائل الفضاء الطيفي: العوامل الطيفية الناتجة عن التحويلات الطيفية الثنائية، تعرف وزن القاعدة للصورة، بناء عل هذا يمكن مقارنة الصور بإستخدام هذه العوامل كعناصر مطابقة. حسب ما تم شرحه في كتاب المعالجة فإن التحويلات الطيفية المباشرة تتم حسب الصيغة التالية:

$$B(k1,k2) = \frac{1}{C1 C2} \sum_{i=0}^{N1-1} \sum_{y=0}^{N2-1} A(i,y) P(k1,y) P(i,k2) ,$$

للتحويل العكسي المؤدي لإعادة الصورة المحولة الى اصلها تتم بالصيغة التالية:

$$A(i,y) = \sum_{k1=0}^{N1-1} \sum_{k2=0}^{N2-1} B(k1,k2) P^{-1}(i,k2) P^{-1}(y,k1).$$

طبعا ممكن استخدام التحويلات المختلفة كفورير، اولشا، ادامارا، كسارا...الخ.

معايير تقييم نفعية دلائل التمييز

للتقييم العملي لنفعية دلائل التمييز عادة تستعمل معايير بسيطة والتي تعرف كمية المعلومات في هذه الصياغة او تلك. أحد هذه المعايير في حالات الصياغة البت الواحد، الدلائل تقيم بالنسبة التالية: $D1 = K1 / K0$ حيث $K1 \leq K0$ او $D1 = K0 / K1$ حيث $K1 \geq K0$. حيث $K1$ عدد الاجسام المختلفة التي يتواجد فيها عنصر التمييز هذا، $K0$ عدد الحالات (الاجسام) التي لايتوفر بها عنصر التمييز هذا. الدلائل الاكثر نفعية هي تلك التي لها قيمة $D1$ تقترب من الواحد. بمعنى آخر ممكن القول $K1 \approx K0$.
في حالة دلائل التمييز بالصيغ المتغيرة فإن معايير التقييم يمكن ان تحسب بالصيغة التالية:

$$D1i = 1/m \left(\sum_{j=1}^l |x_{ij} - x_{i,j+1}| \right) / x_{ij},$$

حيث

$$g = \begin{cases} i, \text{ } \ddot{o} \text{ } x_{ij} > x_{i, j+1} \\ j+1, \text{ } \ddot{o} \text{ } x_{i, j+1} \end{cases}$$

في حالة وجود نماذج متعددة من دلائل التمييز لنفس الحالة، فإنه يمكن حساب الدالة التالية لكل عنصر تمييز على حدى حسب الصيغة التالية:

$$f(Pj) = \frac{1}{K-1} \sum_{r=1}^{K-1} \sum_{g=r+1}^K |Pjr - Pjg| ,$$

حيث K عدد الاصناف ، Pjr, Pjg احتمالية وجود عنصر التمييز j في الاصناف r, g . معيار النفعية لعنصر التمييز x_i يحسب بالصيغة التالية:

$$D(x_i) = 1/K \sum_{j=1}^{l_i} f(P_j) .$$

التقسيم (الإنقسام)

تقسيم الصورة هي عملية عزل الجسم/الاجسام عن الخلفية و عن بعضها البعض في حالة ان الاجسام المشكلة لمشهد الصورة متعددة. تعتبر مسألة التقسيم واحدة من اهم وظائف النظم الالية للمعالجة والتمييز، حيث في هذه المرحلة يتم عزل الاجسام لتجهيزها للمعالجة التالية بهدف التمييز. يمكن تقسيم الخوارزميات الخاصة بعملية التقسيم الى نوعين :

- تحديد الحواف
- مستوى العتبة

حيث تم شرح كل من هاتين الخوارزميات في كتاب المعالجة.

طرق حساب معايير المقارنة

- التمييز باستخدام المسافة بين النقاط في فضاء الاجسام: تعتبر نقاط النموذج في فضاء الحالة هي نقاط البداية (الانطلاق). الأجسام (الحالات) المدخلة المراد تمييزها تعرف بشكل نقاط S_i . التمييز يتم بتحديد المسافة بين نقاط S_i و أوزان النقاط w_1, w_2, \dots, w_M . هذه المسافات تعتبر معيار المقارنة. اذن سنعتبر ان الحالة (الجسم) المدخلة المراد تمييزها تنتمي الى هذا الصنف او ذاك حسب قيم المسافة الاقرب لأي صنف بمعنى اخر ممكن القول:

$$S_i \in w_i , \quad \text{اذا } L(S_i, w_i) = \min_j L(S_i, w_j) .$$

الحالات المدخلة والنماذج تعطى بتسلسل دلائل التمييز التالية:

$$S = S(x_1, x_2, \dots, x_l) , \quad w = w(x^0_1, x^0_2, \dots, x^0_l).$$

عليه قيم المسافات تحسب بالصيغة التالية:

$$L(S, w) = \left(\sum_{i=1}^l (x_i - x_i^0)^2 \right)^{1/2} \quad \text{او} \quad L(S, w) = \sum_{i=1}^l |x_i - x_i^0| .$$

- التمييز باستخدام الزاوية بين الموجهات: مقياس المقارنة هنا يمكن حسابه بالزاوية بين الموجه الممثل للنموذج والموجه الممثل للحالة المدخلة المراد تمييزها، وذلك حسب الصيغة التالية:

$$L(S, w) = \arccos \left(\frac{SV}{|S| |V|} \right) = \arccos \left(\frac{\sum_{i=1}^l x_i x_i^0}{|S| |V|} \right)$$

- التمييز باستخدام ناتج ضرب الموجهات: مقياس المقارنة هنا يمكن حسابه بناتج ضرب الموجه الممثل للنموذج والموجه الممثل للحالة المدخلة المراد تمييزها، وذلك حسب الصيغة التالية:

$$L(S, w) = \sum_{i=1}^l x_i x_i^0 .$$

الصيغة التي تؤدي الى حل في هذه الحالة هي التالية :

$$S_i \in w_j , \quad \text{اذا } L(S_i, w_j) = \max_k L(S_i, w_k)$$

- التمييز باستخدام الاحتمالات الشرطية: تمييز الانماط يمكن ان يتم باستخدام نسبة الاحتمال $P(w_i/x_i)$ حيث x_i هي تعريف الاحداثيات الخاصة بالحالة المدخلة S_i . يمكن القول بأن معيار المقارنة يعتبر إحتمالية ان الحالة المطابقة للتعريف x_i تنتمي للنموذج w_j . هذه الاحتمالية تعرف خلال عملية تعليم النظام. والشرط المؤدي الى حل هنا يكون التالي:

$$S_i \in w_j , \quad \text{اذا } P(w_j/x_i) = \max P(w_k/x_i).$$

- التمييز باستخدام نظرية شفارتس: تقوم نظرية شفارتس على انه لكل مجموعتي اعداد حقيقية (x_1, \dots, x_m) و (y_1, \dots, y_m) ، حيث ولا واحدة منها تساوي الصفر:

$$\sum_{k=1}^m x_k y_k \leq \left(\sum_{k=1}^m x_k^2 * \sum_{k=1}^m y_k^2 \right)^{1/2} ,$$

حيث المساواة تتم فقط عندما يكون $y_k = C x_k$ لكل k حيث C ثابت ، سنعتبر ان $S(x_1, x_2, \dots, x_l)$ تنتمي الى $w_i(x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{il})$ اذا :

$$\frac{\sum_{j=1}^l x_j x_{ij}}{\sum_{j=1}^l x_j^2 \sum_{j=1}^l x_{ij}^2} = \max_k = \frac{\sum_{j=1}^l x_j x_{kj}}{\left(\sum_{j=1}^l x_j^2 \sum_{j=1}^l x_{kj}^2 \right)^2}$$

- التمييز باستخدام دلائل التمييز بصيغة البت الواحد: يتم إختيار مجموعة $X = \{ x_1, \dots, x_l \}$ عناصر التمييز في بعض الحالات حسب الطريقة التالية: اذا العنصر x_i متوفر فإن $x_i = 1$ ، اذا هو غير متوفر فإن $x_i = 0$. اذن $\{ 0, 1 \}$ لكل x_i ل $i = 1, \dots, l$. في هذه الحالة هناك العديد من الطرق لحساب معيار المقارنة وهي التالية:

○) $a = \sum_{k=1}^l x_k x_{ik}$

حيث a عدد الحالات عندما يملك S و w_i ذات الدلائل.

○ $b = \sum_{k=1}^l (1 - x_k)(1 - x_{ik})$,

حيث b عدد الحالات عندما لا يملك S و w_i ذات الدلائل.

○) $h = \sum_{k=1}^l (1 - x_k) x_{ik}$,

حيث h عدد الحالات عندما S لا يملك الدلائل المتوفرة في w_i .

○ $g = \sum_{k=1}^l x_k (1 - x_{ik})$,

حيث g عدد الحالات عندما S يملك الدلائل الغير متوفرة في w_i .

لحساب معايير المقارنة بناء على هذه القيم ممكن استخدام احدى الصيغ التالية:

1) $L1(S, w_i) = \frac{a}{a + b + g + h} = \frac{a}{l}$ (صيغة باسيل و راو)

2) $L2(S, w_i) = \frac{a}{l - b}$ (صيغة جوكر ونيدمن)

3) $L3(S, w_i) = \frac{a}{2a + h + g}$ (دايس)

4) $L4(S, w_i) = \frac{a}{a}$ (سوكل وسنيف)

$$\begin{aligned}
& a + 2(g + h) \\
5) L5(S,wi) &= \frac{a + b}{1} \quad (\text{سوكل وميشنير}) \\
6) L6(S,wi) &= \frac{a}{g + h} \quad (\text{كولجينسكي}) \\
7) L7(S,wi) &= 1/2 \left[\frac{a}{a + g} + \frac{a}{a + h} \right] \\
8) L8(S,wi) &= \frac{a}{[(a + h)(a + b)]^{1/2}} \\
9) L9(S,wi) &= \frac{ab - gh}{ab + gh}
\end{aligned}$$

التعرف على الأنماط

ما هو التعرف على الأنماط (تمييز الاجسام)؟

النمط: هو وصف الجسم.

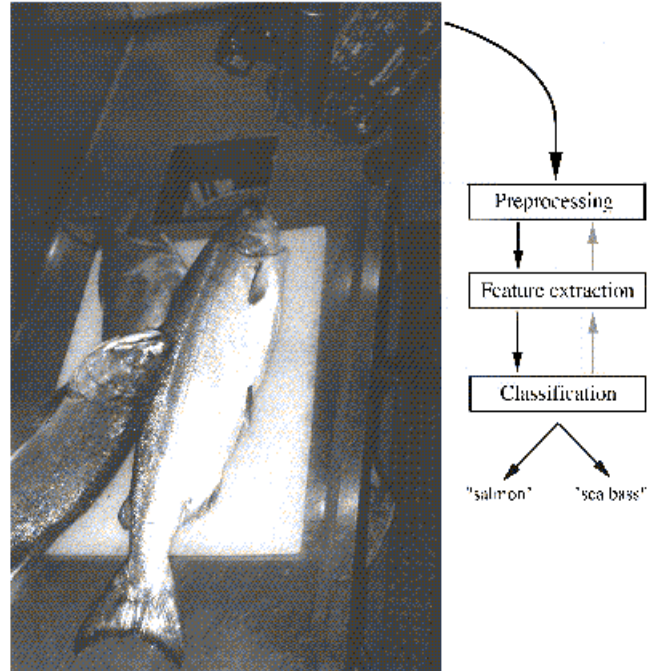
التعرف (التمييز): تصنيف الجسم إلى صنف من الأنماط.

التعرف على الأنماط : هو العلم الذي يتعلّق بالوصف أو التصنيف (التعرف) للمقاييس.

تعتبر تقنيات التعرف على الأنماط مكوّن مهم من مكونات الأنظمة الذكية وتستخدم لـ:

- إتخاذ القرارات
- تصنيف الأنماط والأجسام
- معالجة البيانات
- تطبيقات التعرف على الأنماط : حقل تطبيق إنظمة المعالجة والتمييز واسع جدا في الحياة العملية، نذكر منها هنا علي سبيل المثال لا الحصر مجالات التطبيق التالية:
- معالجة الصور، الإنقسام، و التحليل
- رؤية الحاسوب (البصر الصناعي)
- تصنيف وتحليل إشارة الوادار (الصور الملتقطة بإستخدام الرادار)
- التعرف على الوجوه
- تمييز وفهم الصوت
- مطابقة بصمات الاصابع
- مضاهاة التوقيع
- القارئ الآلي
- تحليل وقراءة المکتوب بخط اليد
- تحليل وفهم إشارة تخطيط القلب الكهربائية
- التشخيص الطبي
- فهم معنى البيانات
- قواعد بيانات الصور
- تحليل وفهم إشارات الزلازل

- تحليل وفهم الصور الفضائية
- النظم التجارية التي يُمكنُ أن تتعرف على الأنماط: هنالك الكثير من التطبيقات العملية لإنظمة المعالجة والتمييز نذكر منها هنا علي سبيل المثال لا الحصر التطبيقات التالية:
- النظم الآلية لتمييز الصوت
- التعرف على بصمات الاصابع
- التعرف على التواقيع
- مطابقة بصمة العين
- التعرف على الأشخاص
- مطابقة سلسلة الهي إن أي DNA
- التعرف على خلايا الهم
- التعرف على النص المطبوع (القارئ الآلي)
- مثال بسيط : المطلوب أتمتة عملية تصنيف السمك المنقول على سير نقل طبقاً لنوع بين السمك التاليين : (سلمون أو شبص). لتنفيذ المطلوب نقوم بالعمليات التالية:
- نجهز آلة التصوير
- نأخذ بعض صور العينة
- نلاحظ الاختلافات الطبيعية (الفيزيائية) بين النوعين وذلك لتحديد دلائل التمييز المحتملة لتصنيف النوعين، في هذه الحالة يمكن تحديد الدلائل التالية: الطول، سطوع اللون، العرض، عدد وشكل الزعانف، موقع الفم.

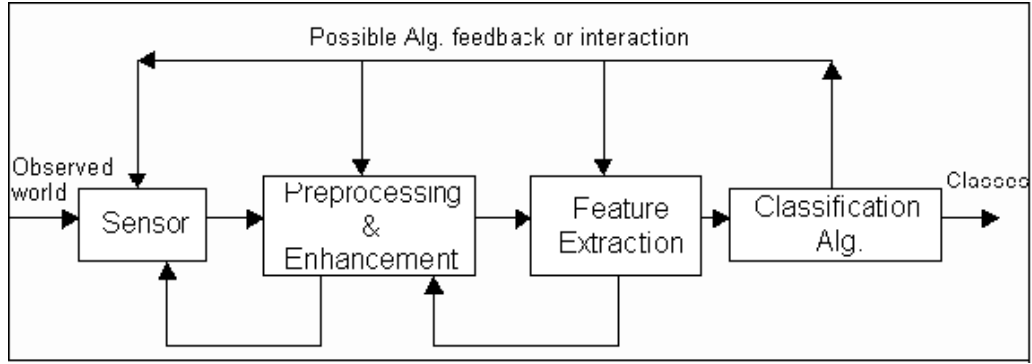


الرسم رقم 2.

النظم المثالية للتعرف على الأنماط

- الخطوات المختلفة للنظام المثالي للتعرف على الأنماط
- النمذجة : نحتاج لوصف رياضي واحد لسمك السلمون و واحد لسمك الشبص في هذا المثال
- افتراض صنف النماذج

- معالجة البيانات المُحسَّنة
- إختيار أفضل نموذج
- الإعداد: معالجة الصور ميدنيا لتبسيط العمليات اللاحقة بدون إضاعة (فقدان) للمعلومات ذات العلاقة.
- الإنقسام (التقسيم): حيث نقوم بعزل الجسم / الاجسام في الصورة عن الخلفية و عن بعضها البعض إذا كانت أكثر من جسم في الصورة الواحدة. في هذا المثال تعزل صور السمك المختلف عَنْ أحدها الآخر و عَنْ الخلفية.
- تنظيف الضوضاء: الضوضاء سببها عشوائي في عالم المحسَّسات، ويُمكن أَنْ تُخَفَّضَ ثَقَّةُ قِيَمِ المِيزَةِ المدروسة. لذلك من الضروري تقليلها قدر الإمكان او ازلتها من الصورة.
- إنتزاع المِيزَةِ (دلائل التمييز): إختصار البيانات بقياس بَعْضِ "المِيزَاتِ" أو "الخصائص".
- التصنيف: المِيزَاتِ تُعَبَّرُ إلى المصنّف الذي يُقَيِّمُ الدلائلَ المُقَدِّمَةَ ويعطي القرار بِانتماء هذا الجسم لهذا النمط او ذاك.
- بنية النظام المثالي للتعرف على الأنماط



الرسم رقم 3.

مثال السمك

النموذج: سمكة الشبص أطول عموماً مِنْ سمك السلمون، سمكة الشبص عادة لها طول مثالي L_b ، السلمون له طول مثالي L_s ايضاً.

$$L_b > L_s$$

المصنف:

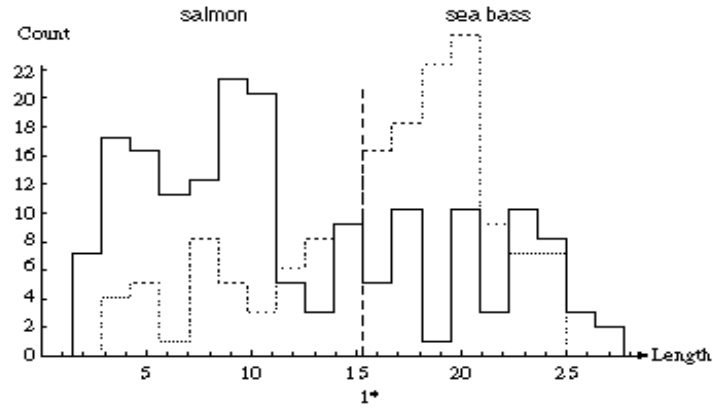
$$\text{length} > L_{crit} \Rightarrow \text{Bass}$$

$$\text{length} < L_{crit} \Rightarrow \text{Salmon}$$

$$L_{crit} ?$$

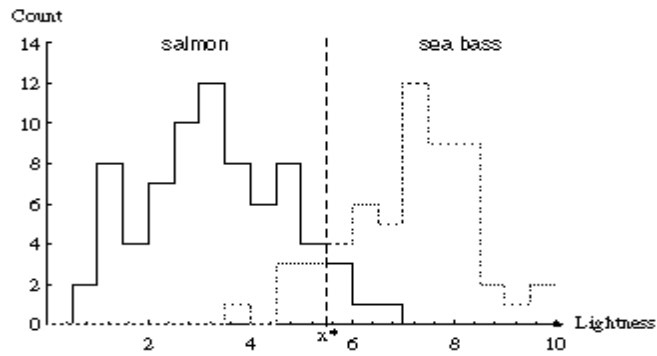
الخبير: السلمون > 15 والشبص < 15 التعلّم:

- حصل على عينات التدريب
- حدد المقاييس
- ابحث عن النتائج (المسقط إحصائي)



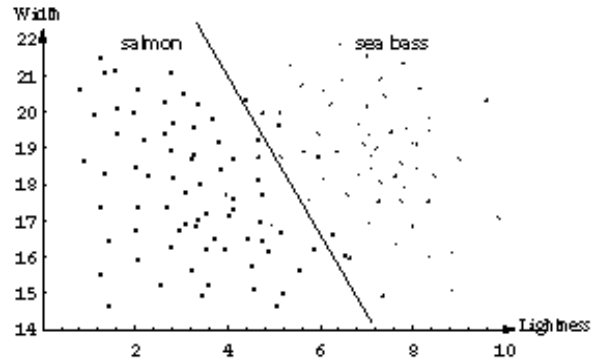
الرسم رقم 4.

في المعدل، سمك الشبص أطول من سمك السلمون
الطول لوحده ليس موثوقاً، نحاول ميزة أخرى: السطوع



الرسم رقم 5.

كلفة التصنيف : نَعتمدُ على التطبيقِ ، فهلُ من الافضل تصنيف السلمون كسمكة شبص أو العكس بالعكس؟ اذا وضعنا السلمون في العلبة المخصصة لسمك الشبص هذا سيؤدي الى خسارة في الربحية، اما اذا و وضعنا سمك الشبص في علبة السلمون فإن الزبون سيخسر. اذن التكلفة م مرتبطة بقرارنا، علينا إعطاء القرار الصحيح لتقليل النكفلة. لعمل ذلك يمكن أن نَستعمل أكثر من ميزة واحدة.



الرسم رقم 6.

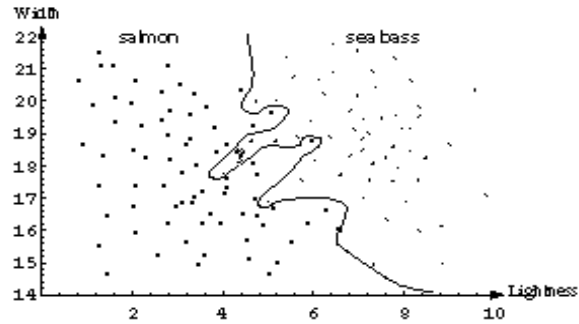
صورة كل سمكة تحوّلَت لنقطة أو موجه مبرّزة في فضاء ثنائي الأبعاد للمبرّزات.

الهدف: هو تقسيم فضاء المبرّزة إلى منطقتين: واحدة تغطي سمك السلمون و الأخرى تغطي سمك الشبص

Region 1 \Rightarrow sea bass

Region 2 \Rightarrow salmon

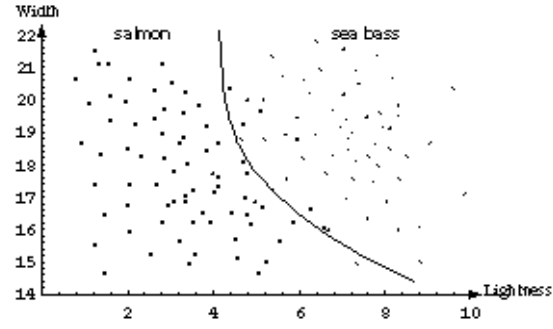
النموذج الخطي: يعتبر بسيطا جدا ؛ لكنه يحتوي على العديد من التصنيفات الخاطئة.
النماذج المعقّدة:



الرسم رقم 7.

يُمْكِنُ أَنْ يَفْصَلَ البياناتِ بشكل مثالي (تغيير إلى العيناتِ المعيّنة). التعميم السيئ (يحدد السمكة التي لَمْ تَرى بعد)

النموذج المثالي



الرسم رقم 8.

التصنيف = يستعيد النموذج الذي ولد الأنماط

المشاكل الثانوية لتمييز الأنماط

نتلخص المشاكل التي تواجه أنظمة المعالجة والتمييز بالتالي:

- انتزاع الميزة: تعتمد الميزة بشكل عام على المجال والمشكلة نفسها. مما يتطلب معرفة المجال. كما ان أي نازع ميزة جيد يقوم بنفس وظيفة المصنف الذهني.
- الضوضاء: الضوضاء ذات السبب العشوائي في عالم المحسّسات، يُمكن أن يتخفّض ثقة الميزات المدروسة. لكننا نحتاج لمعرفة إذا الاختلاف سببه الضوضاء أو من قبل النماذج المعقّدة للأنماط.
- الملائمة: النموذج المعقّد جداً قد يُسمح لتصنيف مثالي لعينات التدريب، لكنه من غير المحتمل أن يعطي تصنيف جيد للأنماط الجديدة
- النموذج واختيار الميزات: يُمكن أن نستعمل صنفه مختلف من النماذج (بالإستناد على لون العيون، الوزن، شكل الفم، ... الخ). عليه السؤال الذي يطرح نفسه، كيف نقرّر رفض صنف النماذج ونحاول بواحد آخر؟ و هل يُمكن لهذه العملية أن توتمت؟
- العلم المسبق: يُمكن أن يُساعد في اختيار النموذج، الميزات، الخ ...
- الميزات المفقودة: بالنسبة للميزات المفقودة علينا التفكير بكيفية تدبّب المصنف أو إستعمال مصنف آخر عند فقدان بعض الميزات. على سبيل المثال: عرض السمك لا يُمكن أن يُقاس (بسبب الإنسداد).
- الإنقسام: الأنماط يجب أن تُقسّم، في مثالنا عن السمك، النظام يجب أن يُقرّر متى تبدأ السمكة الواحدة ومتى تنتهي، ومتى تبدأ التالية.
- السياق: يمكن أن يُستعمل لتحسين المصنف. ومثال على ذلك: - إذا أكتشفنا نمط غامض بعد مرور سلسلة طويلة من سمك السلمون، فإنه من الأفضل تصنيفه كسلمون.
- الثوابت: هناك العديد من الثوابت، على سبيل المثال: ثابت السحب، حيث الموقع المطلق على حزام النقل غير ذو علاقة. كذلك هناك ثابت التوجيه، ثابت الحجم، الخ ...
- مساهمة الدليل: يُمكن أن نُصمّم عدّة مصنفات ونمّجهم. لذلك علينا معرفة كيف يُساهم الدليل لإنجاز أفضل قرار؟
- التكاليف والمخاطر: أي مصنف يُستعمل ليوصي بفعل ما، وكلّ فعل مرتبط بكلفة أو خطر. عليه يجب التفكير بتصميم المصنف بهدف تقليل الكلفة و الخطر المتوقعان. كما يجب علينا معرفة كيفية دمج المعرفة حول مثل هذه الأخطار، وكيف يُؤثرون على قرار التصنيف؟ يُمكن أن نُخمن الخطر المحتمل الأقل لأي مصنف، لرؤية كيف انه قريب لتحقيق الوصف المثالي.
- التعقيد الحسابي: استخدام الخوارزميات المختلفة في المعالجة والتمييز يضيف حسابات كثيرة ومعقدة، الخوارزمية تُقيس مختلف القيم لعدالة بالنسبة لأبعاد الميزة، كدالة للميزات، أو للأصناف. اذن علينا إيجاد معادلة بين السهولة والأداء الحسابي؟

التَّعَلُّمُ وَالتَّكَيِّفُ

الطرق التي تشتق المعلومات من عينات التدريب في تصميم المصنف عادة تستخدم التعلم. نستعمل التعلم لأن كل المشاكل العملية أو المثيرة في عملية التعرف على الأنماط صعبة جداً بحيث لا نستطيع حساب قرار التصنيف بشكل سابق لوقت. عليه يمكن اعتماد النظرة التالية : لنفترض الشكل العام للنموذج ، نستعمل أنماط تدريب للتعلم أو لتخمين العوامل المجهولة. هناك العديد من أنواع التعلم سنناقش البعض منها:

- التعلم المُشرف عليه: المعلم يعطي علامة أو تكلفة لكل نمط في مجموعة التدريب.
 - الهدف: هو تخفيض قيمة التكلفة لهذه الأنماط.
 - المسائل: كيف نتأكد بأن خوارزمية التعلم يمكن أن تتعلم الحل وهل سيكون مستقرًا بالنسبة إلى اختلاف العوامل، هل ستنفذ المطلوب في الوقت المحدود، وفي الختام هل ستعطي حلول جيدة و بسيطة.

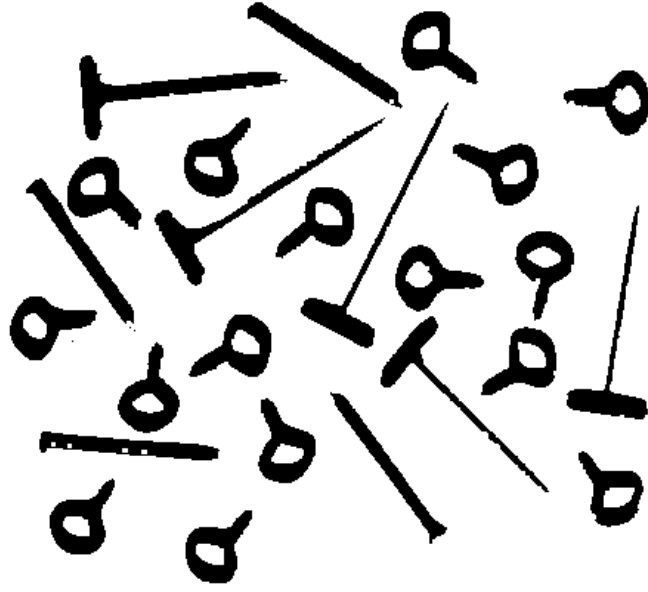
- التعلم الغير مُشرف عليه (العنقودي) : بحيث انه ليس هناك معلم واضح. فيقوم النظام بتشكيل العناقيد أو "التجميع الطبيعي" من الأنماط المُدخلة.
- التعلم بالتعزيز (التعلم مع الناقد): بحيث لا يحدد (لا يعطي) صنفًا مطلوبًا وبدلاً من ذلك، هناك تعليقات التعليم الوحيدة بأن الصنف التجريبي صحيح أو خاطئ. بهذه الحالة يكون الطريق المثالي لتدريب المصنف:
 - رَدِّمُ المُدخل
 - نجسبُ علامته التجريبية
 - نستعمل علامة صنف الهدف المعروفة لتحسين المصنف.

تصنيف الأنماط

إنترزاغ الميزات

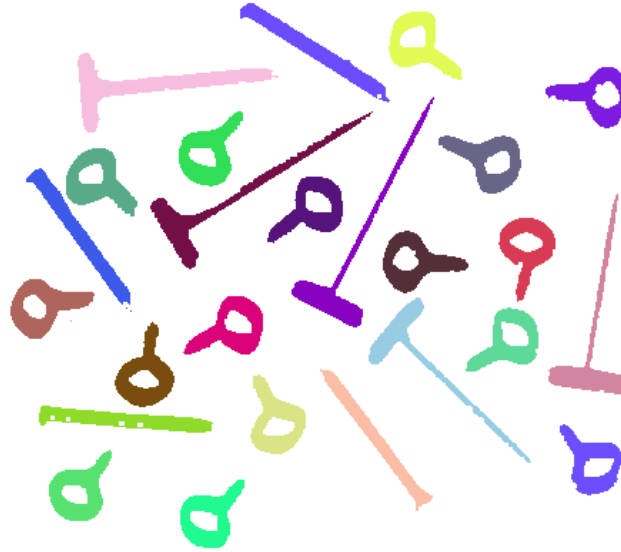
كما تم بيانه سابقا بأن أي نظام التعرف على الأنماط يتكوّن من المراحل التالية:

- المعالجة المبدئية
 - إنترزاغ الميزات (دلائل التمييز)
 - التصنيف
- إنترزاغ الميزات هي الخطوة الحاسمة في التعرف على الأنماط وهي مسؤولة عن قياس ميزات الأجسام في صورة. في هذه التجربة لدينا الصورة الثنائية الابعاد بالأجسام المختلفة. إن الميزات المستعملة في هذا المثال الإيضاحي هي اللحظة الثابتة الأولى حيث بقيس إنتشار النقاط من مركز الجسم.



الرسم رقم 9. الصورة الثنائية الأصلية

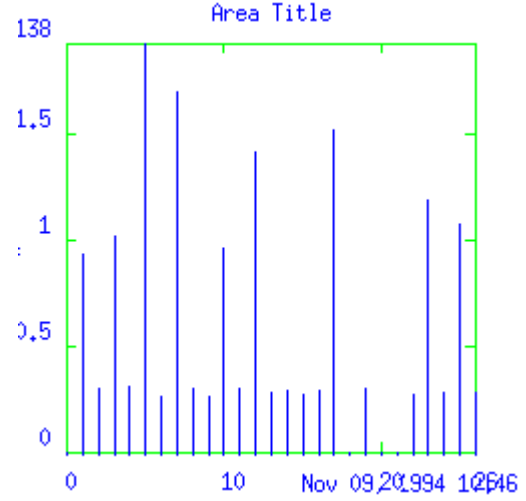
التعريف هو خطوة متوسطة في عملية إنتزاع الميزّات حيث انه يخصص المقاييس الفردية للأجسام. قيمة النقطة القصوى للصورة المعرفة والموضحة اسفلا تُعطينا عدد الأجسام، 28 جسم. نلاحظ بأن هناك ثلاثة أجسام صغيرة جداً التي لا يُمكن أن تُرى من أول نظرة.



الرسم رقم 10.

الصورة المعرفة

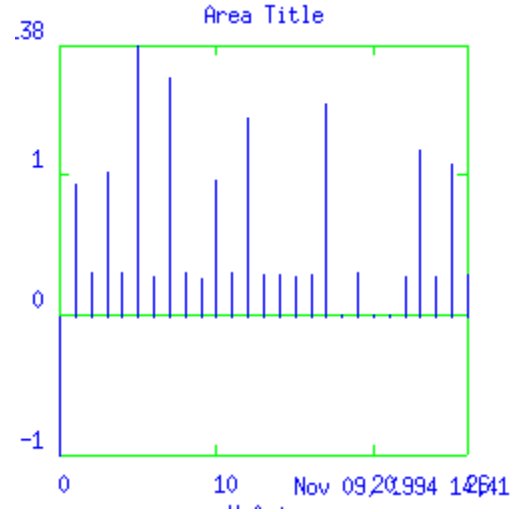
بالاستناد على خاصية اللحظة الثابتة الأولى لكل جسم، فإنه من المحتمل لتخطيط وتصور الرسم البياني الموضح اسفلا. فيمكننا أن نعد 13 جسم بالقيم الصغيرة، التي تُقابل حلقات البراغي و هناك 9 قيم كبيرة و التي تُقابل الهابيس والمسامير. هناك أيضاً 3 أجسام بالمقاييس الصغيرة والتي تقترب من الصفر و التي تُقابل نقاط الضوضاء الصغيرة الثلاث في الصورة.



الرسم رقم 11. عدد المناطق بللحظة الثابتة الأولى

التصنيف

في هذه التجربة سنستعمل نفس الصور المستعملة سابقا في إنتزاع الميزات. إنَّ اللحظة الثابتة الأولى هي المنتزعة والموضحة اسفلا. الخلفية جُعِلَتْ الجسمَ 0 بقيمة الميزة المساوية لـ -1.



الرسم رقم 12. عدد المناطق بللحظة الثابتة الأولى

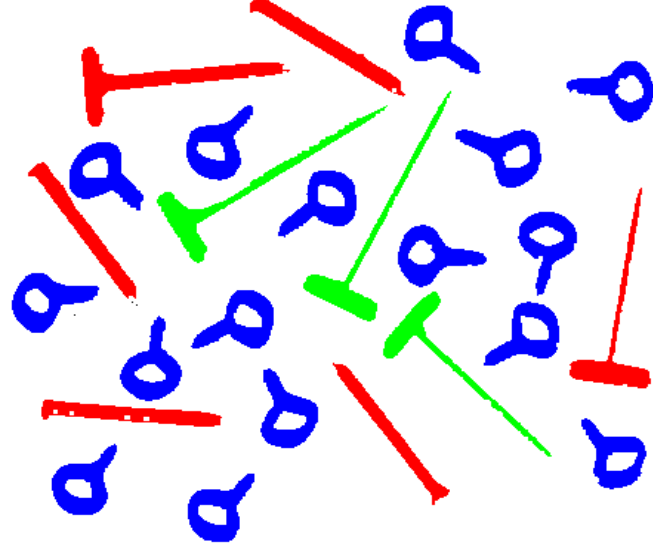
بللقاط عينة واحدة من كل جسم وتخصيص الصنف إليه:

الجدول رقم 1.

الصنف	الجسم	عدد الاجسام	قيمة الميزة
0	الخلفية	0	-1.00
1	مسمار	1	0.93
2	حلقة البرغي	2	0.30

3	دبوس	5	1.92
4	نقاط ضوءاء صغيرة	18	0.00

تُصنّف المسافة الدنيا المشغل المُخصّص إلى كلّ جسم للصنف الأقرب طبقاً لمسافة الميزة. المسافة المترية تستعمل عموماً المسافة الإقليدية. إنّ نتيجة التصنيف هي جدول بعلاقة الأجسام وأصنافها. بلستعمال نفس التقنية كما في مقياس المنطقة ، فيمكننا أن نُخصّص قيمة الصنف إلى نقاط كلّ جسم. هذا يُمكننا من تصوّر نتيجة التصنيف.



الرسم رقم 13. الصورة المصنفة

من الملاحظ انه كان هناك جسمين لم يصنفا و اللذان يُقابلان جسمي الدبوس.

الجدول رقم 2.

عدد الاجسام	قيمة الميزة
3	1.01
12	1.41

هذ مطابق مع طريقة التصنيف بالمسافة الأقرب لأنها تُعرض القيم الأقرب إلى خاصية المسما (0.93) من الدبوس (1.92). هناك عدة طرق لحلّ هذ الموضوع وذلك بإختيار قيمة العينة الأفضل، أو بإختيار قيمة ميزة إضافية، الخ.

نظرية Bayesian لإتخاذ القرار

نظرية Bayesian لإتخاذ القرار هي نظرة إحصائية أساسية إلى مشكلة تصنيف الأنم. طر تستند هذه النظرية على إتخاذ القرارات عندما تكون كلّ المعلومات الإحتمالية معروفة. ويعتبر القرار مثالي للإحتمالات المُعطية. عندما تضاف معلومات جديدة ، فهي تتنوّع في الاشكال المثالية لتحسين القرارات. مثال السمك: كلّ سمكة هي إحدى الحالتين: سمكة شبيب أو سلمون. لنفترض ان w نحلّ على الحالة الطبيعية هذا يسمح لنا بإعتبار التالي:

$$w = w_1 \quad \text{سمكة الشبيب}$$

○ $w = w_2$ للسلمون
إنَّ الحالةَ الطبيعيةَ متقلَّبةً ، بمعنى أن w هي المتغيَّر التي يجب أن تُوصَفَ إحصائياً. يمكن القول انه إذا أعطت المراقبة نفس قدر السلمون و الشبص، فإن السمكة التالية على حد سواء يُحتمل أن تكون سمكة شبص أو سلمون. التعريف

$P(w_1)$:

الإحتمال الإستنتاجي ان السمكة التالية هي سمكة شبص

$P(w_2)$:

الإحتمال الإستنتاجي ان السمكة التالية هي سمكة سلمون.

إذا الأنواع الأخرى من السمك غير ذات علاقة هنا يمكن القول:

$$P(w_1) + P(w_2) = 1.$$

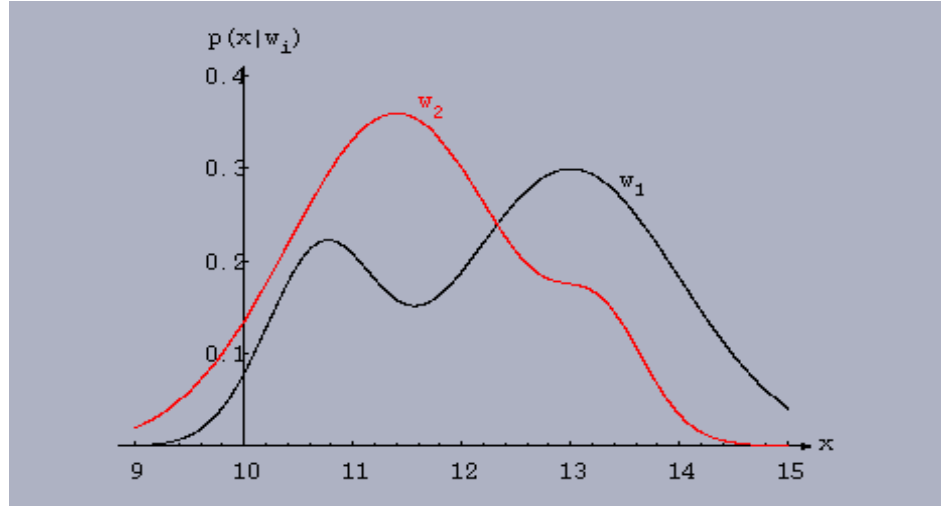
تَعكُّسُ الإحتمالاتِ المسبَّقةِ عَلَمنا المسبقَ (ومثال على ذلك: - وقت السنَّة، منطقة صيد سمك ، ... الخ) قاعدة القرار البسيطة: إعطاء القرار بدون رؤية السمك.

w_1 if $P(w_1) > P(w_2)$; w_2

هذا جيد إذا كان التَّقرير بخصوص سمكة واحدة اما في حال وجود عدَّة اسماك، والكُلَّ ينتمون إلى الصنف نفسه. عموماً سيكون عندنا بعض الميزات و المزيد من المعلومات.

الميزة: مقياس السطوع x ، الانواع المختلفت من السمك لها قيمة سطوع او اللون مختلفة (x متغير عشوائي) التعريف :

$p(x|w_1)$ = كثافة إحصائي صنف الشرطية ، حيث دالة الكثافة الإحصائية لـ x المُعطية تفيد بأن الحالة الطبيعية هي w_1 ، الاختلاف بين $p(x|w_1)$ و $p(x|w_2)$ يَصِفُ الاختلاف في السطوع بين سمكة الشبص والسلمون.



الرسم رقم 14. إحصائي الصنف الافتراضي الشرطي
دالة الكثافة مُعدَّل (المنطقة تحت كُلَّ منحنى هي 1.0)

لنفترض بأننا نَعْرِفُ الإحتمالاتِ المسبَّقةِ $P(w_1)$ و $P(w_2)$ ، الكثافات الشرطية $p(x|w_1)$ و $p(x|w_2)$ مقياس السطوع للسمكة x .

ما هو اذن صنف السمكة ؟ $p(w_j | x)$

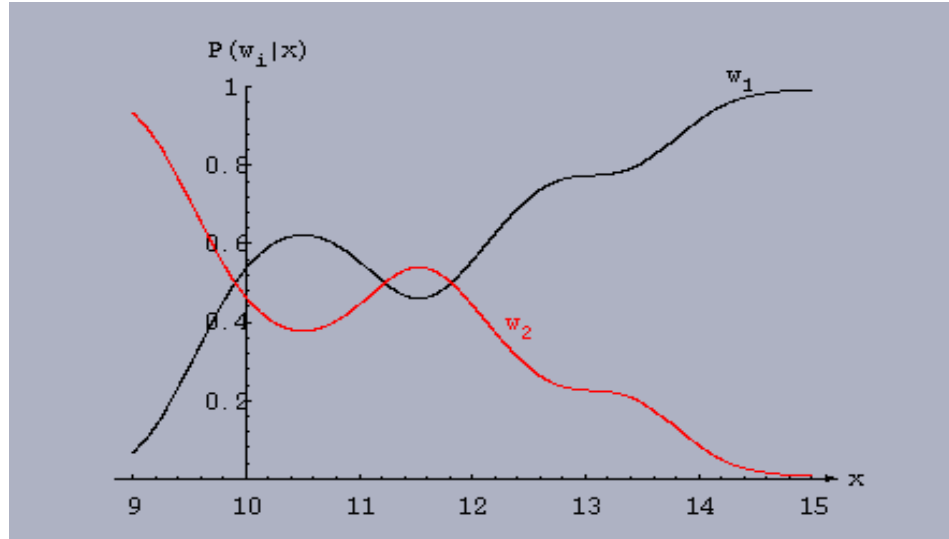
صيغة Bayes

$$P(w_j | x) = P(x | w_j) P(w_j) / P(x),$$

$$P(x) = \sum_{j=1}^2 p(x | \omega_j) P(\omega_j) \quad \text{حيث}$$

$$\text{Posterior} = \frac{\text{Likelihood} * \text{Prior}}{\text{Evidence}}$$

($p(x/w_j)$) يُدعى إحصائية w_j فيما يتعلق بـ x . الصنف w_j الذي ($p(x | w_j)$) فيه كبير "من المحتمل" أكثر لكي يكون الصنف الحقيقي. $p(x)$ الدليل - كم كثيراً نحن سنقيس النمط مع قيمة الميزة x . عامل القياس الذي يضمن بأن الاحتمالات اللاحقة سيساوي مجموعها 1.



الرسم رقم 15.

الإحتمالات اللاحقة، في كل x ، مجموع الاحتمالات يساوي 1.
 $P(w_2)=1/3$ و $P(w_1)=2/3$

الخطأ

$$P(\text{error} | x) = \begin{cases} \text{If we decide } \omega_2 \Rightarrow P(\omega_1 | x) \\ \text{If we decide } \omega_1 \Rightarrow P(\omega_2 | x) \end{cases}$$

لكل x مُعطى، يمكننا أن نُقلل احتمال الخطأ بإعتماد w_1 اذا $P(w_1/x) > P(w_2/x)$ وفي باقي الحالات w_2

قاعدة قرار Bayes (لتقليل احتمال الخطأ)

تعتمد القاعدة w_1 اذا $P(w_1/x) > P(w_2/x)$ وفي باقي الحالات تعتمد w_2
او w_1 : إذا بي ($w_1 | x$) < بي ($w_2 | x$) وفيما عدا ذلك w_2
و $P(\text{Error}/x) = \min [P(w_1/x), P(w_2/x)]$

الميزات المستمرة: الحالة العامة

يمكن ملاحظة اربعة أشكال هنا :

$$x \in R^d$$

- إتخاذ أكثر من مِيزَة (دلائل التمييز) واحدة : وذلك باستبدال المقياس x بموجه المِيزَات الفضاء الإقليدي ذو العدد d من الابعاد Rd يُدعى فضاء دلائل التمييز.
 - السماح لأكثر من حالتين طبيعيتين : وذلك بالتعميم إلى عدة أصناف.
 - السماح بالأعمال بشكل أكثر وليس مجرد تقرير الحالة الطبيعي : بحيث تتاح إمكانية الرفض، وبمعنى آخر: رفض إتخاذ القرار في الحالات القريبة من الحل.
 - تعريف دالة الخسارة العامة
- دالة الخسارة :** الخسارة (أو كلفة) تحدد دالة الخسارة التكلفة الفعلية لكل عمل، ونشتمل لتحويل التقدير الإحتمالي إلى قرار. دالة الخسارة تسمح لنا بمعالجة الحالات التي فيها بعض أنواع أخطاء التصنيف الأكثر تكلفة من الآخرين. يمكن صياغة دالة الخسارة كالتالي :
- لنفترض ان $\{w1, \dots, wc\}$ تكون المجموعة المحدودة c للحالات الطبيعي (الأصناف).
- لنفترض ان $\{\alpha_1, \dots, \alpha_a\}$ تكون المجموعة المحدودة للأعمال المحتملة. فإن وظيفة الخسارة $\lambda(\alpha_i | \omega_j)$ تساوي الخسارة المترتبة من تنفيذ الإجراء α_i عندما تكون الحالة الطبيعية ω_j .
- لنفترض ان $x = d$ موجه المِيزَات ذو العدد d من الابعاد (متغير عشوائي)
- $P(x | \omega_j)$ = دالة الكثافة الإحتمالية الشرطية الرسمية لـ x . (وظيفة كثافة الإحتمال لـ x مكيفة على ω_j سنكون الحالة الحقيقية)
- $P(\omega_j)$ = الإحتمال المسبق للحالة ω_j .

الخسارة المتوقعة

لنفترض بأننا نلاحظ x المعين وبأننا نتأمل إتخاذ الاجراء α_i . إذا الحالة الحقيقية ω_j فإن الخسارة $\lambda(\alpha_i | \omega_j)$ قبل أن عملنا الملاحظة كانت الخسارة المتوقعة :

$$R(\alpha_i) = \sum_{j=1}^c \lambda(\alpha_i | \omega_j) P(\omega_j)$$

الخطر الشرطي

بعد الملاحظة، الخطر المتوقع الذي يُدعى الآن "خطر شرطي" يحسب بالصيغة التالية :

$$R(\alpha_i | \mathbf{x}) = \sum_{j=1}^c \lambda(\alpha_i | \omega_j) P(\omega_j | \mathbf{x})$$

الخطر الكلي

الهدف هنا هو إختيار الإجراء الذي يقلل الخطر الشرطي. قاعدة القرار العامة هي دالة $\alpha_i(\mathbf{x})$. لكل x ، تكون دالة القرار $\alpha_i(\mathbf{x})$ تفترض إحدى قيم $\alpha_1, \dots, \alpha_a$. هذا يؤدي الى ان الخطر الكلي يمكن ان يحسب بالصيغة التالية:

$$\int R(\alpha(\mathbf{x}) | \mathbf{x}) p(\mathbf{x}) d\mathbf{x}$$

قاعدة قرار Bayes:

نحسب الخطر الشرطي

$$R(\alpha_i | \mathbf{x}) = \sum_{j=1}^c \lambda(\alpha_i | \omega_j) P(\omega_j | \mathbf{x})$$

حيث $i = 1, \dots, a$. نحدد الاجراء α_i بحيث يكون $R(\alpha_i | \mathbf{x})$ اقل مايمكن. إن الخطر الكلي الأدنى الناتج يُدعى خطر Bayes، الذي يدل على R^* ، وهو يعتبر أفضل أداء يُمكن أن يُنجز.

التصنيف الى صنفين

الاجراء = يُقرر بأن الحالة الحقيقية 1 w

الاجراء = يُقرَّر بأنَّ الحالةَ الحقيقيةَ w_2 .
 لنفترض $\lambda_{ij} = \lambda(\alpha_i | \omega_j)$ هي الخسارة المترتبة عن تقرير w_i عندما تكون الحالة الحقيقية w_j .

$$R(\alpha_1 | \mathbf{x}) = \lambda_{11}P(\omega_1 | \mathbf{x}) + \lambda_{12}P(\omega_2 | \mathbf{x})$$

$$R(\alpha_2 | \mathbf{x}) = \lambda_{21}P(\omega_1 | \mathbf{x}) + \lambda_{22}P(\omega_2 | \mathbf{x})$$

لنفترض w_1 إذا $R(\alpha_1 | \mathbf{x}) < R(\alpha_2 | \mathbf{x})$

$$\text{أو إذا } (\lambda_{21} - \lambda_{11})P(\omega_1 | \mathbf{x}) > (\lambda_{12} - \lambda_{22})P(\omega_2 | \mathbf{x})$$

$$\text{أو إذا } (\lambda_{21} - \lambda_{11})p(\mathbf{x} | \omega_1)P(\omega_1) > (\lambda_{12} - \lambda_{22})p(\mathbf{x} | \omega_2)P(\omega_2)$$

و w_2 فيها عدا ذلك.

اختبار نسبة إمكانية صنفين

لنرى الفرضية التالية :

يُقرَّر w_1 إذا

$$\frac{p(\mathbf{x} | \omega_1)}{p(\mathbf{x} | \omega_2)} > \frac{(\lambda_{12} - \lambda_{22})}{(\lambda_{21} - \lambda_{11})} \frac{P(\omega_2)}{P(\omega_1)} = T$$

و w_2 فيها عدا ذلك.

إنَّ النسبة $\frac{p(\mathbf{x} | \omega_1)}{p(\mathbf{x} | \omega_2)}$ تُدعى نسبة الإمكانية. فيمكننا أن نُقرَّر w_1 إذا كانت نسبة الإمكانية تتجاوزُ العتبة T والتي تعتبر قيمة مستقلة من الملاحظة x .

التصنيف مع درجة الخطأ الأدنى

في مشاكل التصنيف، كلَّ حالة تُرتبط عادةً بإحد أصناف C المختلفة.

$$R(\alpha_i | \mathbf{x}) = \sum_{j=1}^C \lambda(\alpha_i | \omega_j)P(\omega_j | \mathbf{x})$$

الاجراء α_i يساوي القرار الذي تكون فيه الحالة الحقيقية w_i . إذا تم اتخاذ إجراء α_i ، والحالة الحقيقية هي w_j ، فإن القرار يكون صحيحاً إذا $i = j$ ، وخطأً فيها عدا ذلك. إن دالة الخسارة واحد- صفر مُعرَّفةً كالتالي:

$$\lambda(\alpha_i | \omega_j) = \begin{cases} 0 & i = j \\ 1 & i \neq j \end{cases}$$

بحيث $i, j = 1, \dots, c$

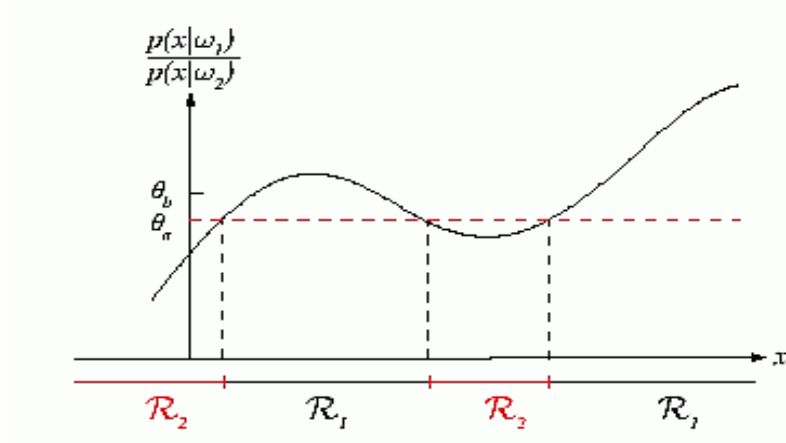
كلَّ الأخطاء مكلفة على حد سواء. إنَّ الخطرَ الشرطيَ هنا يمكن حسابه حسب الصيغة التالية:

$$\begin{aligned} R(\alpha_i | \mathbf{x}) &= \sum_{j=1}^C \lambda(\alpha_i | \omega_j)P(\omega_j | \mathbf{x}) \\ &= \sum_{j \neq i}^C P(\omega_j | \mathbf{x}) \\ &= 1 - P(\omega_i | \mathbf{x}) \end{aligned}$$

لتقليل الإحتمال المتوسط للخطأ، نحن يجب أن نختار i الذي يُريد الإحتمال اللاحق $P(w_i/x)$ ، اذن نقرر w_i إذا $P(w_i/x) > P(w_j/x)$ لكل $j \neq i$ (كما في قاعدة قرار Bayes).

مناطق القرار

نسبة الإمكانية هي $p(x/w_1)/p(x/w_2)$ مقابل x . العتبة Q_a هي لهالة الخسارة واحد- صفر.

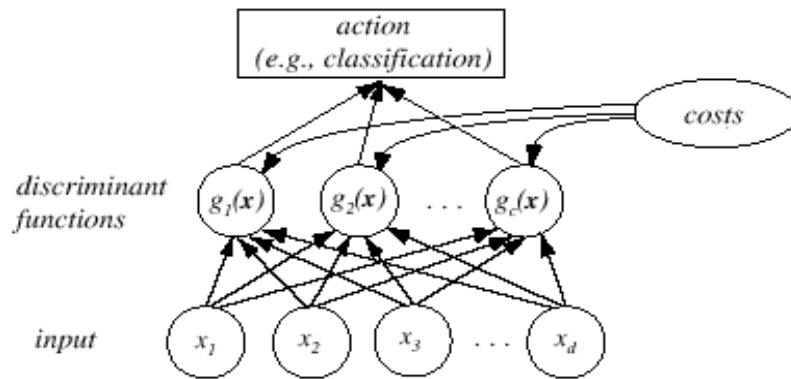


الرسم رقم 16.

إذا وضعنا $\lambda_{21} > \lambda_{12}$ فإننا سنحصل على $q_b > q_a$

المصنفات، دوال التخفيض، وسطوح القرار في حالة تعدد الأصناف
أي نمط مصنف يُمكن أن يُمثل من قبل مجموعة دوال التخفيض $g_i(x); i=1, \dots, C$. المصنف يُخصص موجه الميزات x إلى الصنف w_i إذا $g_i(x) > g_j(x)$ لكل الحالات التي بها $j \neq i$.

مصنف الأنماط الإحصائي



الرسم رقم 17. مصنف الأنماط الإحصائي

مصنف Bayes

مصنف Bayes يُمكن أن يُمثَّل بالطريقة التالية :

للحالة العامة مع الأخطار $g_i(\mathbf{x}) = -R(\alpha_i | \mathbf{x})$

لحالة درجة الخطأ الأدنى $g_i(\mathbf{x}) = P(\omega_i | \mathbf{x})$

إذا استبدلنا كل $g_i(x)$ بـ $f(g_i(x))$ ، حيث $f(\cdot)$ هي دالة تزايدية رتيبة، فإن التصنيف الناتج يكون بدون تغيير، ومثال على ذلك: - أي من الإختيارات التالية يعطي نتائج تصنيف مماثلة.

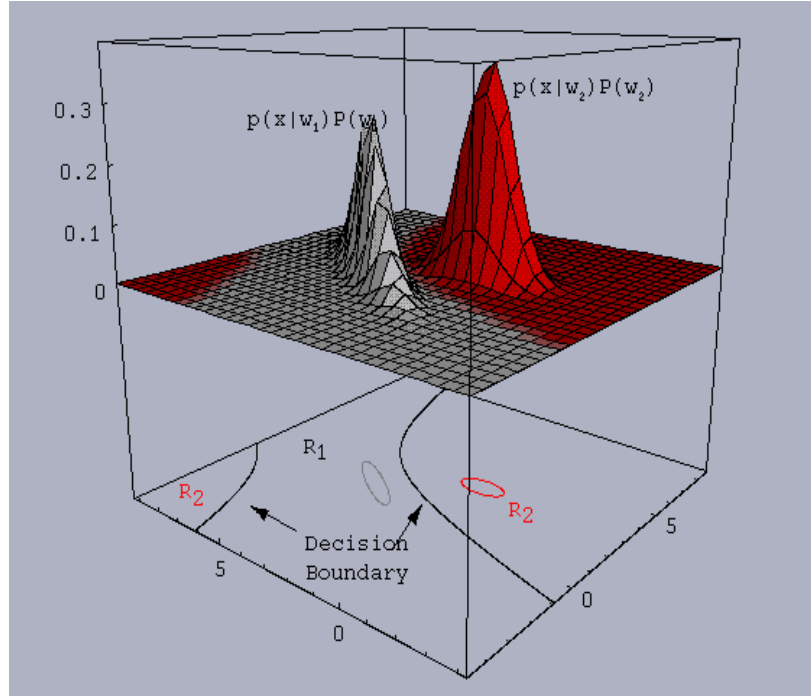
$$g_i(\mathbf{x}) = P(\omega_i | \mathbf{x}) = \frac{p(\mathbf{x} | \omega_i)P(\omega_i)}{\sum_{j=1}^C p(\mathbf{x} | \omega_j)P(\omega_j)}$$

$$g_i(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x} | \omega_i)P(\omega_i)$$

$$g_i(\mathbf{x}) = \ln p(\mathbf{x} | \omega_i) + \ln P(\omega_i)$$

إن تأثير أي قاعدة قرار هي أن تُقسَّم فضاء الميزات إلى عدد C من مناطق القرار R_1, \dots, R_C . إذا تحقق الشرط التالي: $g_i(x) > g_j(x)$ لكل $j \neq i$ فإن x هي في R_i ، و x مخصّصة إلى ω_i . مناطق القرار منفصلة بحدود القرار. حدود القرار هي سطوح في فضاء الميزات.

مناطق القرار



الرسم رقم 18. المصنف ثنائي الابعاد لصنفين

حالة الصنفين

نستعمل دالتين تناقصية g_1 و g_2 ، ونُخصّص x إلى w_1 إذا $g_1 > g_2$. كحل بديل يمكن ان نعمل التالي :
نُعرّف دالة تناقصية واحدة كالتالي : $g(x) = g_1(x) - g_2(x)$ ، نُقرّر w_1 إذا $g(x) > 0$ ، نُقرّر فيها عدا ذلك w_2 . في حالة الصنفين كثير ما نستعمل شكلين من المعادلات:

$$g(\mathbf{x}) = P(\omega_1 | \mathbf{x}) - P(\omega_2 | \mathbf{x})$$

$$g(\mathbf{x}) = \ln \frac{p(\mathbf{x} | \omega_1)}{p(\mathbf{x} | \omega_2)} + \ln \frac{P(\omega_1)}{P(\omega_2)}$$

الكثافة الطبيعية - الحالة العامة

كثافة Gaussian بالمتوسط $\mu \in \mathbb{R}$ و الانحراف المعياري $\sigma \in \mathbb{R}_+$ ، (سمّى خلافاً) تحسب بالصيغة التالية:

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{1/2} \sigma} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\mathbf{x} - \mu}{\sigma} \right)^2 \right]$$

$$p(x) \sim N(\mu, \sigma^2)$$

يمكن ان توضح ان:

$$\mu = \mathbf{E}[x] = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx, \quad \sigma^2 = \mathbf{E}[(x - \mu)^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 p(x)dx.$$

مقياس الطاقة (الانتروپيا)

مقياس الطاقة يمكن ان يحسب بالصيغة التالية:

$$H(p(x)) = -\int p(x) \ln p(x)dx,$$

ونقياس بnats؛ إذا استعملنا \log_2 بدلاً من ذلك، فإن وحدة القياس تصبح الخانة (bit). نقيس الانتروپيا الحيرة الأساسية في قيم النقاط المختارة بشكل عشوائي من التوزيع. التوزيع الطبيعي له الطاقة الأقصى لكل التوزيعات التي لها متوسطاً معطى و متباينة. كما هو منصوص بنظرية الحد المركزية، التأثير الإجمالي لمجموع عدد كبير يكون صغير، iid، اضطرابات عشوائية ستؤدي إلى توزيع Gaussian. لأن العديد من الأنماط يمكن أن تأخذ على أساس بعضهما مثالي و بعضها نموذج أفسد بعدد كبير من العمليات العشوائية، فإن Gaussian في أغلب الأحيان يعتبر نموذج جيد لتوزيع الاحتمال الفعلي.

الكثافة الطبيعية - حالة متعدد المتغيرات

الكثافة العامة المتعددة المتغيرات الطبيعية (MND) في عدد d من الأبعاد تحسب بالصيغة التالية:

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mu)' \Sigma^{-1} (\mathbf{x} - \mu) \right]$$

كما يمكن أن توضح التالي:

$$\mu = \mathbf{E}[\mathbf{x}] = \int_{\mathbb{R}^d} \mathbf{x} p(\mathbf{x})d\mathbf{x}, \quad \Sigma = \mathbf{E}[(\mathbf{x} - \mu)(\mathbf{x} - \mu)'] .$$

والتي تعني للمكونات

$$\sigma_{ij} = \mathbf{E}[(x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j)] .$$

إن مصفوفة التغاير Σ هي دائماً مؤكدة و متماثلة وإيجابية. العناصر القطرية $\sigma_{ii} = \sigma_i^2$ هي المتغيرات والعناصر الغير قطرية σ_{ij} متغيرات بالنسبة لـ x_i و x_j . إذا x_i و x_j كانا مستقلين بشكل إحصائي، فإن $\sigma_{ij} = 0$ for $i \neq j$.

$$\mathbf{y} = \mathbf{A}'\mathbf{x}, \quad p(\mathbf{x}) \sim N(\mu, \Sigma)$$

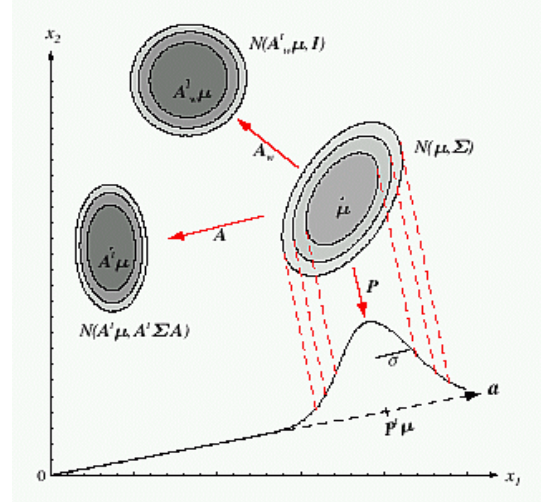
$$p(\mathbf{y}) \sim N(\mathbf{A}'\mu, \mathbf{A}'\Sigma\mathbf{A})$$

$$\mathbf{a}'\Sigma\mathbf{a}$$

إِذا كُلٌّ فإن $p(x)$ هي مُنتَج الكثافات الطبيعية. المجموعة الخطيّة للمتغيرات العشوائيّة الموزعة معاً هي عادة تُوزَع كالتالي: إذا A هي مصفوفة $k * d$ ، فإن A هي موجه a ، و $y=atx$ هي القيمة فإن x على a يكون

تحويلات التبييض

نعرّف Φ لكي يكون المصفوفة التي أعمدتها موجهات متعامدة من Σ ، و Λ المصفوفة القطريّة للقيم المطابقة. التحويل بـ $A_w = \Phi \Lambda^{-1/2}$ يغيّر MND المداري إلى كروي - بمصفوفة التغيّر I .

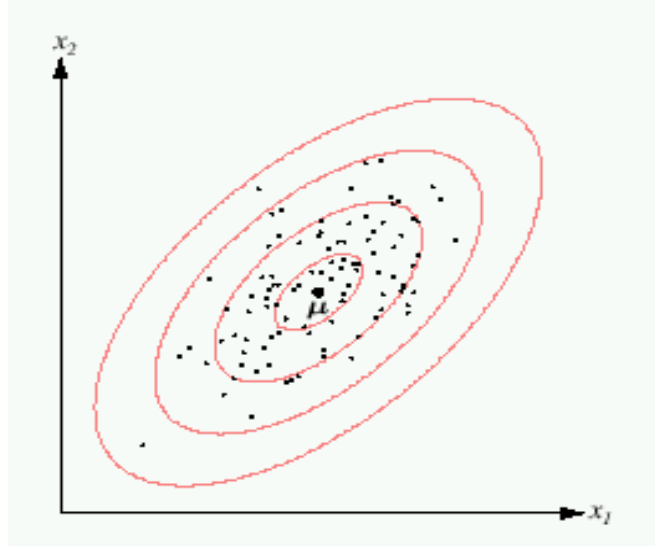


الرسم رقم 19.

إن كثافة المتغيرات الطبيعية MND تُحدّد بالكامل بالعوامل $d + d(d + 1) / 2$. العينات المسحوبة من MND تسقط في التجمع الذي مركزه مُحدّد بـ μ و شكله بـ Σ موضع النقاط ذات الكثافة الثابتة هو شكل اهليلجي متعدد:

$$r^2 = (x - \mu)^t \Sigma^{-1} (x - \mu) = const.$$

r تتّعى المسافة من x إلى μ . المحاور الرئيسية للشكل الاهليلجي مُعطاة من قبل موجهات Σ .



الرسم رقم 20.

التصنيف بدرجة الخطأ الأدنى يُمكن أن يُنَجَرَ باستعمال الدالة التناقضية:

$$g_i(\mathbf{x}) = p(\mathbf{x} | \omega_i) P(\omega_i)$$

أو

$$g_i(\mathbf{x}) = \ln p(\mathbf{x} | \omega_i) + \ln P(\omega_i)$$

إذا

$$p(\mathbf{x} | \omega_i) \sim N(\mu_i, \Sigma_i)$$

فإن

$$g_i(\mathbf{x}) = -\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \mu_i)' \Sigma_i^{-1} (\mathbf{x} - \mu_i) - \frac{d}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln |\Sigma_i| + \ln P(\omega_i)$$

الدالة التناقضية للكثافة الطبيعية: الحالة 1 $\Sigma_i = \sigma^2 \mathbf{I}$ Case 1:

إنّ الميزات مستقلة بشكل إحصائي، وكلّ ميزة لها نفس الإخلاف.

$$|\Sigma_i| = \sigma^{2d}, \quad \text{المقرّر}$$

$$\Sigma_i^{-1} = \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{I} \quad \text{ومعكوسون } \Sigma_i \text{ هو}$$

$$g_i(\mathbf{x}) = -\frac{\|\mathbf{x} - \mu_i\|^2}{2\sigma^2} - \frac{d}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln(\sigma^{2d}) + \ln P(\omega_i)$$

$$-\frac{d}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln(\sigma^{2d})$$

مستقل عن i ويُمكن أن يُهمل

$$\|\mathbf{x} - \mu_i\|^2 = (\mathbf{x} - \mu_i)' (\mathbf{x} - \mu_i)$$

حيث $\|\bullet\|$ يَدُلُّ على المعيار الأقليدي.

$$g_i(\mathbf{x}) = -\frac{\|\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i\|^2}{2\sigma^2} + \ln P(\omega_i) = -\frac{1}{2\sigma^2} [\mathbf{x}'\mathbf{x} - 2\boldsymbol{\mu}_i'\mathbf{x} + \boldsymbol{\mu}_i'\boldsymbol{\mu}_i] + \ln P(\omega_i)$$

$\mathbf{x}'\mathbf{x}$ مستقل عن i
أو كدالة تناقصية خطية:

$$g_i(\mathbf{x}) = \mathbf{w}_i'\mathbf{x} + w_{i0},$$

حيث

$$\mathbf{w}_i = \frac{1}{\sigma^2} \boldsymbol{\mu}_i,$$

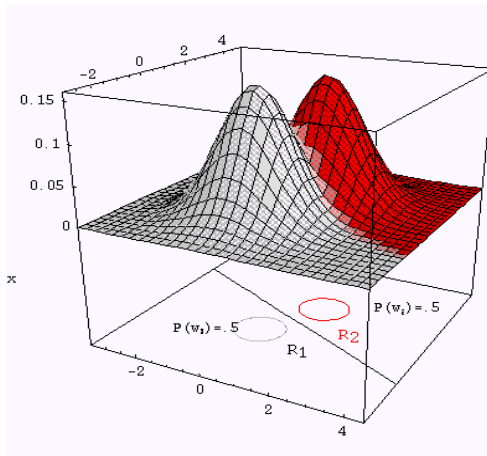
$$w_{i0} = \frac{-1}{2\sigma^2} \boldsymbol{\mu}_i'\boldsymbol{\mu}_i + \ln P(\omega_i).$$

w_{i0} يُدعى العتبة أو التحيز في الاتجاه i .
المصنف الذي يستعمل دوال تناقصية خطية يُدعى آلة خطية. إن سطوح قرار الآلة الخطية هي قطع من متعدد المستويات المعرفة بالمساواة الخطية $g_i(\mathbf{x}) = g_j(\mathbf{x})$ للصنفين مع الاحتمالات اللاحقة العليا. لهذا المثال المعين، الموضع $g_i(\mathbf{x}) = g_j(\mathbf{x})$ يُخفّض إلى $\mathbf{w}'(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = 0$ حيث:

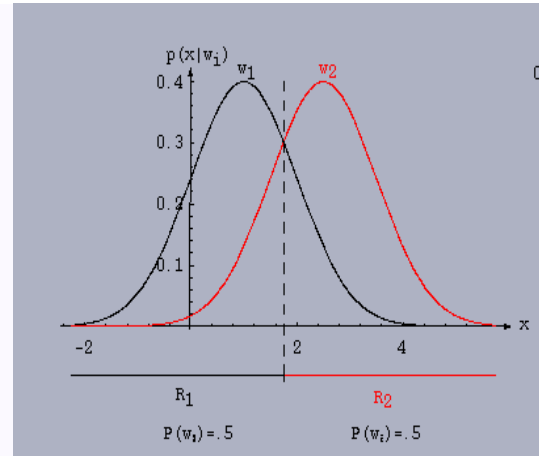
$$\mathbf{w} = \boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_j,$$

$$x_0 = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\mu}_i + \boldsymbol{\mu}_j) - \frac{\sigma^2}{\|\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_j\|^2} \ln \frac{P(\omega_i)}{P(\omega_j)} (\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_j).$$

المعادلة أعلاه تُعرف بمتعدد المستويات خلال x . والمتعمدة إلى w (الخط الذي يربط الوسائل) إذا تحقق الشرط $P(w_i) = P(w_j)$ ، فإن x هي نصف الطريق بين الوسائل.



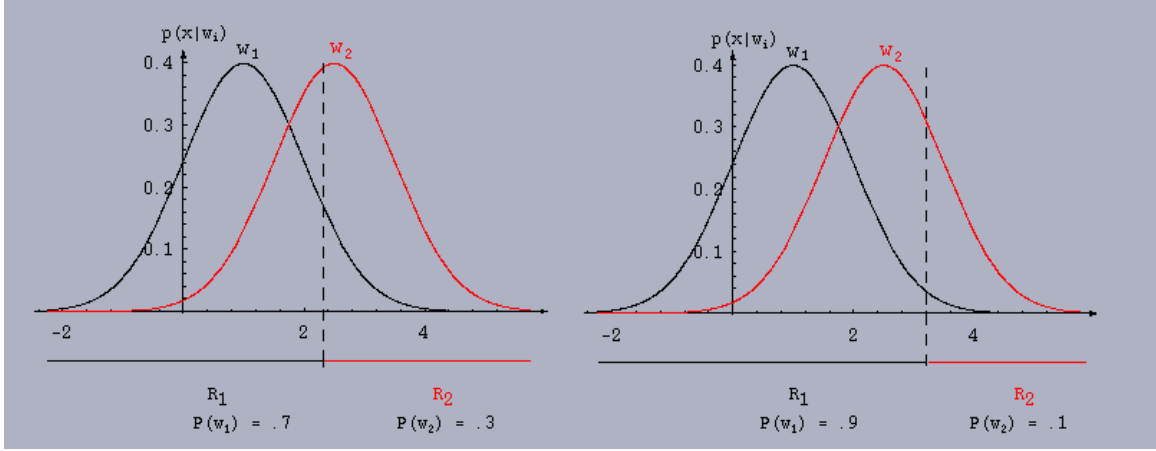
2D



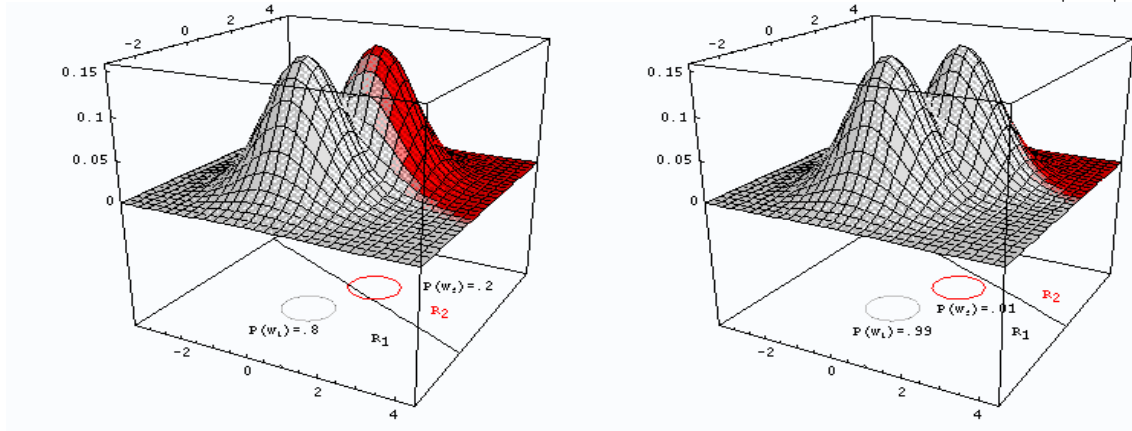
,1D

الرسم رقم 21.

إذا المتغيرات من التوزيعين متساوية ونسبية إلى مصفوفة المطابقة، فإن التوزيعات كروية في عدد d من الأبعاد، والحد هو متعدد المستويات المعمم من عدد أبعاد $d-1$ ، ومتعامد مع الخط الذي يفصل الوسائل. إذا $P(w_i)$ لا يساوي $P(w_j)$ ، فلنقطة x تسحب بعيداً عن ما يعتبر على الأرجح متوسطاً.



الرسم رقم 22.



الرسم رقم 23.

بما ان الاحتمالات المسبقة (الاولية) تغيرت ، فإن حدّ القرار يَنقَلُ (يسحب). إذا كُلّ الاحتمالات المسبقة نفس ها (لا تتغير)، فإن قاعدة إتخاذ القرار المثلى تُصبح:

- رَقْعِ المسافة الإقليدية $\|x - \mu_i\|$ مِنْ كُلّ x إلى كُلّ متوسط الموجهات من C .
- نَخْصِصْ x إلى الصنف ذو الوسائل الأقرب.

الدوال التناقضية للكثافة الطبيعية. الحالة 2 . مصفوفات المتغيرات المشتركة

$$\Sigma_i = \Sigma \quad \text{الحالة 2:}$$

المصفوفات المتغيرة لَكُلّ الأصناف هي متماثلة لكن بشكل مداري.

$$g_i(\mathbf{x}) = -\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mu_i)' \Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \mu_i) - \frac{d}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln |\Sigma| + \ln P(w_i)$$

مستقل عن i ويُمكن أَنْ يُهْمَل $-\frac{d}{2} \ln 2\pi - \frac{1}{2} \ln |\Sigma|$

$$g_i(\mathbf{x}) = -\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i)' \Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i) + \ln P(\omega_i) \quad \text{أو}$$

إذا كَلَّ الإحتمالات المسبقة نفسها، فإن قاعدة إتخاذ القرار المثلى تُصبح:

- رُقِّعْ مربع المسافة مِنْ \mathbf{x} إِلَى كُلِّ الموجهات المتوسطة لـ C .

$$(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i)' \Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i)$$

- رُخِّصْ \mathbf{x} إِلَى الصنفِ ذُو الوسائل الأقربِ.

$$\begin{aligned} \text{وَالسُّقُوط} \quad (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i)' \Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i) \quad \text{التَّوَسُّع} \\ g_i(\mathbf{x}) = \mathbf{w}_i' \mathbf{x} + w_{i0}, \quad \text{سَيَكُونُ عِنْدَنَا مَصْنَفٌ خَطِيءٌ} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{حيث} \quad \mathbf{w}_i = \Sigma^{-1} \boldsymbol{\mu}_i \quad \text{and} \quad w_{i0} = -\frac{1}{2} \boldsymbol{\mu}_i' \Sigma^{-1} \boldsymbol{\mu}_i + \ln P(\omega_i) \\ \text{حدود القرار مُعطية بالصيغة التالية:} \quad \mathbf{w}'(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0) = 0 \end{aligned}$$

$$\mathbf{w} = \Sigma^{-1}(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_j)$$

$$x_0 = \frac{1}{2}(\boldsymbol{\mu}_i + \boldsymbol{\mu}_j)' - \frac{\ln[P(\omega_i)/P(\omega_j)]}{(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_j)' \Sigma^{-1}(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_j)}(\boldsymbol{\mu}_i - \boldsymbol{\mu}_j).$$

الحالة 3 . توزيعات الصنف الشرطية الإعتباطية

الحالة 3 : $\Sigma_i = \text{arbitrary}$

$$\begin{aligned} g_i(\mathbf{x}) &= -\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i)' \Sigma_i^{-1}(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}_i) - \frac{1}{2} \ln |\Sigma_i| + \ln P(\omega_i) \\ &= -\frac{1}{2} \boldsymbol{\mu}_i' \Sigma_i^{-1} \boldsymbol{\mu}_i - \frac{1}{2} \mathbf{x}' \Sigma_i^{-1} \mathbf{x} + \mathbf{x}' \Sigma_i^{-1} \boldsymbol{\mu}_i - \frac{1}{2} \ln |\Sigma_i| + \ln P(\omega_i) \\ &= \mathbf{x}' \mathbf{W}_i \mathbf{x} + \mathbf{w}_i' \mathbf{x} + w_{i0} \end{aligned}$$

حيث

$$\mathbf{W}_i = -\frac{1}{2} \Sigma_i^{-1}$$

$$\mathbf{w}_i' = \Sigma_i^{-1} \boldsymbol{\mu}_i$$

$$w_{i0} = \ln P(\omega_i) - \frac{1}{2} \ln |\Sigma_i| - \frac{1}{2} \boldsymbol{\mu}_i' \Sigma_i^{-1} \boldsymbol{\mu}_i$$

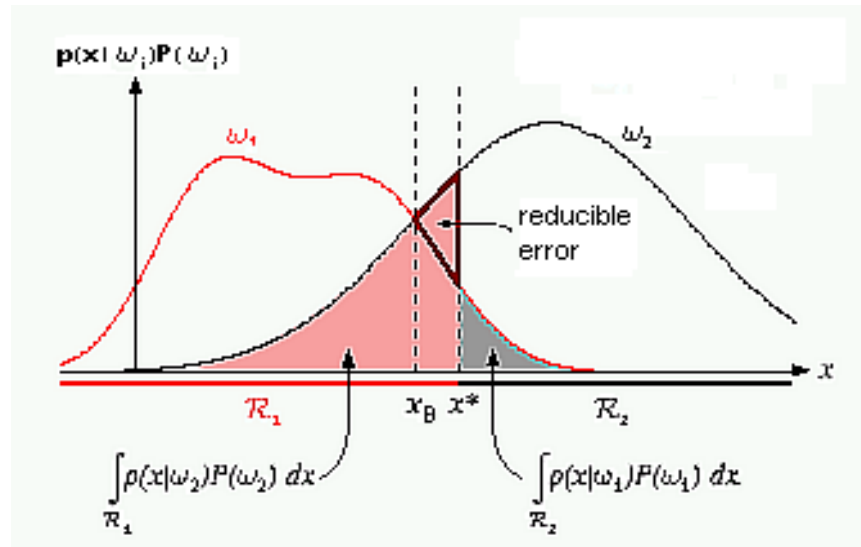
إحتمالات الخطأ و التكامل

لنفترض مشكلة تصنيف وفترض بأن فضاء الميزات منقسم إلى منطقتين R_1 و R_2 . هناك طريقتان لحدوث خطأ في التصنيف.

- الملاحظة x تقع في R_2 ، والحالة الحقيقية هي w_1 .
- الملاحظة x تقع في R_1 ، والحالة الحقيقية هي w_2 .

$$P(\text{error}) = P(\mathbf{x} \in \mathcal{R}_2 | \omega_1)P(\omega_1) + P(\mathbf{x} \in \mathcal{R}_1 | \omega_2)P(\omega_2)$$

$$= \int_{\mathcal{R}_2} p(\mathbf{x} | \omega_1)P(\omega_1)d\mathbf{x} + \int_{\mathcal{R}_1} p(\mathbf{x} | \omega_2)P(\omega_2)d\mathbf{x}$$



الرسم رقم 24.

لأن x^* مختار بشكل اعتباطي، فإن احتمال الخطأ ليس صغيراً لئما يجب أن يكون. $X_b = \text{حَد قرار Bayes}$ الأمثل، و يعطي الاحتمال الأوطأ للخطأ. في حالة متعدد الأصناف، هناك طرق أكثر التي ستؤدي إلى الخطأ من تلك التي تؤدي إلى الصحيح، وهو أسهل لحساب احتمال وجود صحيح.

$$P(\text{correct}) = \sum_{i=1}^C P(\mathbf{x} \in \mathcal{R}_i | \omega_i)P(\omega_i) = \sum_{i=1}^C \int_{\mathcal{R}_i} p(\mathbf{x} | \omega_i)P(\omega_i)d\mathbf{x}$$

لأن هذه النتيجة على كيفية تقسيم فضاء الميزات، ولا على شكل التوزيع التحتي. يُريد مصنف Bayes هذا الاحتمال، وليس من تقسيم آخر يُمكن أن يُنتج احتمالاً أصغر من الخطأ.

قاعدة قرار Bayes (تقليل احتمال الخطأ)

إختَر w_1 : إذا $P(w_1/x) > P(w_2/x)$ ، إختَر w_2 : فيها عدا ذلك.

w_1 : إذا $P(x/w_1)P(w_1) > P(x/w_2)P(w_2)$ ، w_2 : فيما عدا ذلك

$$P(\text{Error}/x) = \min [P(w_1/x), P(w_2/x)]$$

الكثافة الطبيعية - حالة المتغيرات المتعددة

الكثافة العامة الطبيعية للمتغيرات المتعددة (MND) في العدد d من الأبعاد تعطي بالصيغة التالية:

$$p(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{d/2} |\Sigma|^{1/2}} \exp \left[-\frac{1}{2} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})' \Sigma^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \right]$$

يُمْكِنُ أَنْ توضح التالي:

$$\boldsymbol{\mu} = \mathbf{E}[\mathbf{x}] = \int_{\mathbf{R}^d} \mathbf{x} p(\mathbf{x}) d\mathbf{x}, \quad \Sigma = \mathbf{E}[(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})'] .$$

الذي يَعْنِي للمكوّناتِ

$$\sigma_{ij} = \mathbf{E}[(x_i - \mu_i)(x_j - \mu_j)] .$$

الإمكانية القصوى وتقييم عوامل Bayesian

للتصميم مصنف مثالي نحتاجُ الى $P(w_i)$ و $p(x|w_i)$ ، لكنهم مجهولون عادة بالنسبة لنا. يكمن الحل في إستعمال بياناتِ التدريب لتخمين الإحتمالات المجهولة. تقوِّم كثافاتِ الصنفِ الشرطية تعتبر مهمة صعبة. باستخدام طريقة التعليم مع المُشْرِف، نتمكّن من رؤية العيناتِ مِنْ كُلِّ الأصنافِ بشكل مُنفصل (والتي نَدْعِي معلّمة أو عينات معرفة). العينات المعلّمة تعتبر غالبية. لذلك نحن نحتاجُ لتعلّم التوزيعاتِ بشكل كفوء بقدر الإمكان. لعمل ذلك هناك طريقتان: طريقة بالعوامل (وتعتبر الأسهل) و بدون عوامل (وتعتبر الأصعب)

التعلّم مِنْ البياناتِ الملاحظةِ

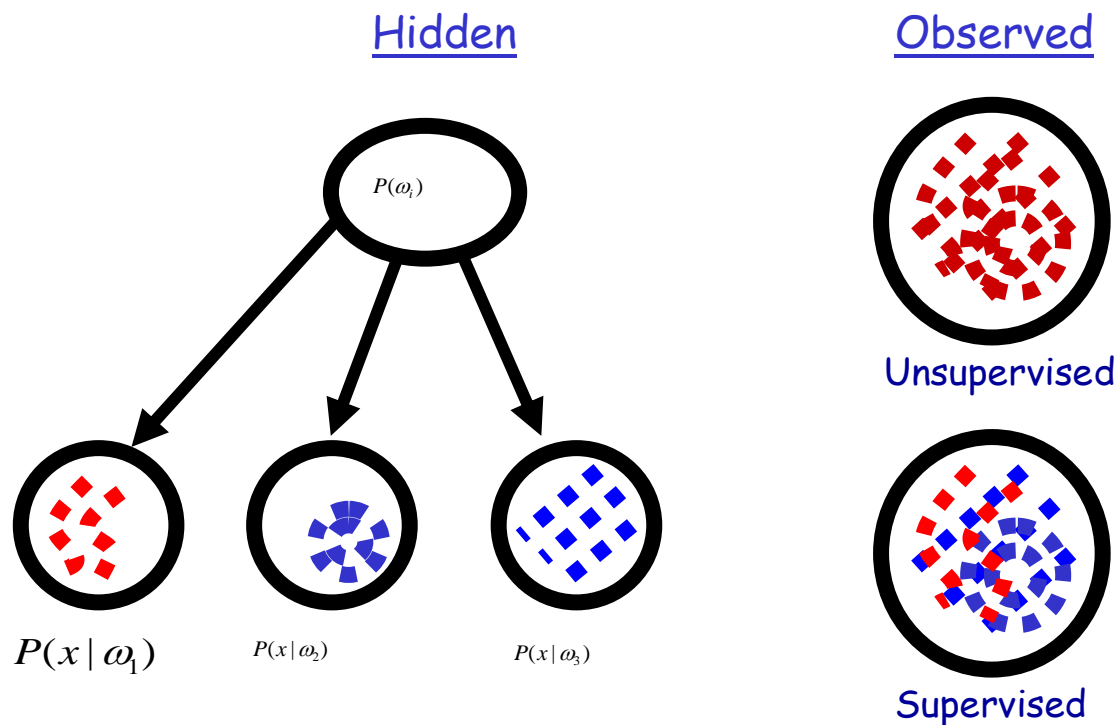
برنامج لطرقِ العوامل:

- نفترضُ توزيعاتِ عاملية معينة بالعوامل : $\theta \in \Theta \subset \mathbf{R}^p$
- نقيم العوامل $\mathcal{H}(D)$ مِنْ بياناتِ التدريب.
- نستبدلُ القيمة الحقيقية لكثافةِ الصنفِ الشرطية بالتقريب ونطبعقِ إطارَ Bayesian لإتخاذ القرارات.
- نعتبر انه يُمكنُ أَنْ نفترضَ بأنَّ الكثافات ذات العلاقة (الصنف الشرطي) هي بَعْض أشكالِ العوامل. والتي يمكن ان تكتب بالصيغة التالية : $p(x/w)=p(x/q)$ ، حيث $\theta \in \Theta \subset \mathbf{R}^p$

مثلث عن الكثافاتِ العاملة:

ذو الحدين: $x(n)$ عِنْدَ الحدود m 1's و $n-m$ 0's

$$p(x^{(n)} | \theta) = \binom{n}{m} \theta^m (1 - \theta)^{n-m}, \quad \Theta = [0,1]$$



الرسم رقم 25.

سنناقش هنا إجراءات لتقدير العوامل: تقدير الإمكانية القصوى: نختار قيمة العامل θ التي تجعل البيانات أكثر إحصائية (وبمعنى آخر: ، يزيد احتمال الحصول على العينة التي كانت ملاحظة في الحقيقة)،

$$p(\mathbf{x} | D) = p(\mathbf{x} | \hat{\theta}(D)), \quad \hat{\theta}(D) = \arg \max_{\theta} p(D | \theta)$$

تعلية Bayesian: يعرف الاحتمال المسبق على فضاء النموذج $p(\theta)$ ويحسب الكثافة $p(\theta | D)$. العينات الخلفية الإضافية تحدد الكثافة المسبقة التي تبلغ الذروة قرب القيم الحقيقية من العوامل.

إختبار النموذج

نفترض بأن مجموعة العينات $S = \{(X_i, W_i) : i=1 \dots N\}$ مع العينات المؤلفة بشكل مستقل متوفرة. إن مجموعة العينات مقسمة إلى مجموعات العينات المنفصلة لكل صنف، $D_j = \{\mathbf{x}_j : (\mathbf{x}_j, \omega_j) \in D\}$ مجموعة العينات العامة ببساطة سنذكر عليها من قبل D . كل صنف شرطي $P(X|W_j)$ نفترض أن يكون عنده شكل عاملي معرف ويحدد إستثنائياً من قبل عامل (موجه) Q_j . العينات في كل مجموعة مفترضة لكي تكون مستقلة وموزعة بشكل مماثل طبقاً لقانون الاحتمال الحقيقي $p(\mathbf{x} | \omega_j)$.

دالة الإمكانية اللوغاريتمية و دالة النتيجة

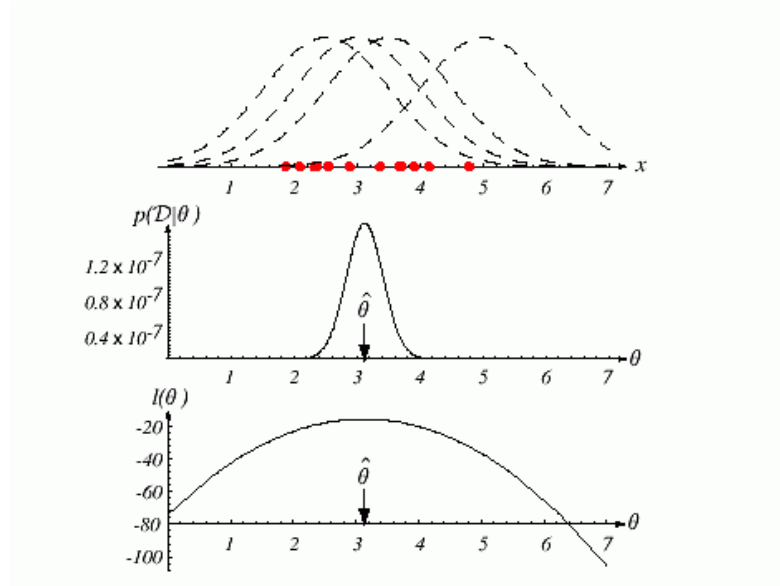
إن مجموعات العينات مفترضة ان تكون مستقلة عملياً، وبمعنى آخر: مجموعة التدريب S_j لن تحتوي على أي معلومات حول θ_j ل $i \neq j$. تشير الفرضية ضمناً إلى أن

$$p(D_j | \theta_j) = \prod_{\mathbf{x} \in D_j} p(\mathbf{x} | \theta_j)$$

لنفترض D يكون العينة العامة من الحجم $n \equiv |D|$.

$$l(\theta; D) \equiv \ln p(D|\theta) = \sum_{k=1}^n \ln p(x_k | \theta) \quad \text{و دالة الإمكانية- اللوغاريتمية:}$$

إنَّ دالة الإمكانية- اللوغاريتمية ممتثلة إلى لوغاريتم دالة كثافة الاحتمال، لكن مفسرة لدالة في فضاء العينات للعامل المُعطى Q. لفتراض بأنَّ كلَّ النقاط أحادية البعد في D مَسحوبة مِنْ التوزيع الطبيعي مع بعض الإخلاف المعروف ومتوسط مجهول.



الرسم رقم 26.

مقدّر الإمكانية القصوى (MLE): ضمناً نفترض أنَّ مثل هذا الحد الأعلى يَجِد

$$\hat{\theta}(D) = \arg \max_{\theta \in \Theta} l(\theta; D)$$

دالة النتيجة:

$$U_k(\theta; D) \equiv \frac{\partial l(\theta; D)}{\partial \theta_k} \quad 1 \leq k \leq p$$

$$U(\theta; D) \equiv \nabla_{\theta} l(\theta; D) \quad \text{ولذلك}$$

الشرط الضروري لـ MLE - إنَّ لم يكن على حدود المجال Θ هو : $U(\theta; D) = 0$

الحد الأعلى استدلالياً (MAP)

نَجِد قيمة q التي تجعل $l(q) + \ln(p(q))$ بالقيمة العظمى، حيث $p(q)$ ، الاحتمال المسبق مِنْ قِيم العوامل المختلفة. مقدر الحد الاعلى الاستدلالي يَجِد القمّة أو القمط التالي.

مساوي الحد الاعلى الاستدلالي : بعد التحويل اللاخطي الإعتباطي مِنْ فضاء العوامل، الكثافة سَتَتَغَيَّرُ، وحَلَّ الحد الاعلى الاستدلالي سَوَفَ لَنْ يَكُون صحيحاً.

تقييم الحد الأعلى استدلالياً - على الأغلب القيمة المُعطية مِنْ قِبَل q

$$\hat{\theta} = \arg \max_{\theta} p(\theta | X^{(n)}) = \arg \max_{\theta} \frac{p_0(\theta) p(X^{(n)} | \theta)}{p(X^{(n)})}$$

$$= \arg \max_{\theta} \frac{p_0(\theta) \prod_{i=1}^n p(x_i | \theta)}{\int p(X^{(n)} | \theta') p_0(\theta') d\theta'}$$

$$p(X^{(n)} | \theta) = \prod_{i=1}^n p(x_i | \theta)$$

فيمكننا أن نتجاهل عامل التعديل $P(x)$ عندما نبحث عن الحد الأعلى. لذا، نحن نبحث عن

$$\begin{aligned} \hat{\theta} &= \arg \max_{\theta} \left[p_0(\theta) \prod_{i=1}^n p(x_i | \theta) \right] && \text{اللوغاريتم متزايد برتبة} \\ &= \arg \max_{\theta} \left(\log \left[p_0(\theta) \prod_{i=1}^n p(x_i | \theta) \right] \right) \\ &= \arg \max_{\theta} \left(\log p_0(\theta) + \log \prod_{i=1}^n p(x_i | \theta) \right) \\ &= \arg \max_{\theta} \left(\log p_0(\theta) + \sum_{i=1}^n \log p(x_i | \theta) \right) \end{aligned}$$

حالة Gaussian: المتوسط المجهول

لنفترض بأن العينات مسخوبة من متعدد المتغيرات الطبيعي بالمتوسط μ ، ومصفوفة التباين Σ . نعتبر الحالة حيث أن فقط المتوسط مجهول $\theta = \mu$. لنقطة العينات X_k ، عندنا الصيغة التالية:

$$\ln P(\mathbf{x}_k | \mu) = -\frac{1}{2} \ln \left[(2\pi)^d |\Sigma| \right] - \frac{1}{2} (\mathbf{x}_k - \mu)^T \Sigma^{-1} (\mathbf{x}_k - \mu)$$

و

$$\nabla_{\mu} \ln P(\mathbf{x}_k | \mu) = \Sigma^{-1} (\mathbf{x}_k - \mu)$$

تخمين الإمكانية الأقصى لـ μ يجب أن يحقق الشرط التالي: $\sum_{k=1}^n \Sigma^{-1} (\mathbf{x}_k - \hat{\mu}) = 0$

بالضرب بـ Σ ، والناتج ثانياً، نحصل على التالي: $\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbf{x}_k$

إن تخمين MLE للمتوسط المجهول هو فقط المعدل الحسابي لعينات التدريب (متوسط العيّلات). بشكل مقياسي (هندسي)، إذا نفكر بعدد n من العينات لمجموعة النقاط، فإن متوسط العينة يعني مركز المجموعة.

حالة Gaussian: المتوسط المجهول والتباين

في حالة متعدد المتغيرات العام الطبيعية، لا المتوسط ولا مصفوفة التباين معروفين. $\theta = [\mu, \Sigma]$ لنعتبر حالة المتغير الموحد $\theta_1 = \mu$ و $\theta_2 = \sigma^2$. الإمكانية اللوغاريتمية لنقطة وحيدة معطاة حسب الصيغة التالية:

$$\ln p(\mathbf{x}_k | \theta) = -\frac{1}{2} \ln 2\pi\theta_2 - \frac{1}{2\theta_2} (\mathbf{x}_k - \theta_1)^2$$

وإشتقاقه معطى بالصيغة التالية:

$$\nabla_{\theta} l = \nabla_{\theta} \ln p(x_k | \theta) = \begin{bmatrix} \frac{1}{\theta_2} (x_k - \theta_1) \\ -\frac{1}{2\theta_2} + \frac{(x_k - \theta_1)^2}{2\theta_2^2} \end{bmatrix}$$

بإعطاء الميل قيمة صفر، وإستعمال كُلّ نقاط العينات، نُحصلُ على الشروطِ الضروريةِ التالية:

$$\sum_{k=1}^n \frac{1}{\hat{\theta}_2} (x_k - \hat{\theta}_1) = 0 \quad \text{and} \quad -\sum_{k=1}^n \frac{1}{\hat{\theta}_2} + \sum_{k=1}^n \frac{(x_k - \hat{\theta}_1)^2}{\hat{\theta}_2^2} = 0$$

حيث $\hat{\theta}_1 = \hat{\mu}$ and $\hat{\theta}_2 = \hat{\sigma}^2$ ، MLE يُخَمَّنُ لـ $\hat{\theta}_1$ ، و $\hat{\theta}_2$ على التوالي. الحَلُّ لـ $\hat{\mu}$ and $\hat{\sigma}^2$ ، نُحصلُ عليه بالصيغ التالية:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k \quad \text{and} \quad \hat{\sigma}^2 = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (x_k - \hat{\mu})^2$$

حالة متعدد متغيرات Gaussian

لحالة متعدد المتغيرات، من السهل بيان ان تخمينات MLE معطية بالصيغة التالية:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbf{x}_k \quad \text{and} \quad \hat{\Sigma} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (\mathbf{x}_k - \hat{\mu})(\mathbf{x}_k - \hat{\mu})^t$$

MLE للموجه المتوسط هو متوسط العينة، وتخمين MLE لمصفوفة التباين هو المعدل الحسابي لعدد n من المصفوفات. $(\mathbf{x}_k - \hat{\mu})(\mathbf{x}_k - \hat{\mu})^t$

MLE لـ σ^2 هو قطع مائل (وبمعنى آخر: القيمة المتوقعة من كُلّ مجموعات المعلومات من الحجم n من العيّات المختلفة لا تتساوي الإخلاف الحقيقي:

$$E \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu})^2 \right] = \frac{n-1}{n} \sigma^2 \neq \sigma^2$$

المقدّر (المقيم) الغير متحيّز لـ μ و Σ مُعطى بالصيغ التالية:

$$\hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbf{x}_k$$

و

$$C = \frac{1}{n-1} \sum_{k=1}^n (\mathbf{x}_k - \hat{\mu})(\mathbf{x}_k - \hat{\mu})^t$$

حيث C تُعْطى مصفوفة تباين العينة. C - مطلقا غير متحيّزة. $\hat{\sigma}^2$ نوعيا غير متحيّزة.

تقدير Bayesian: كثافات التصنيف الشرطية

إنّ الهدف هنا أن رَجَدَ الاحتمالات اللاحقة $P(w_i | \mathbf{x})$ المعرفة $p(\mathbf{x} | w_i)$ و $P(w_i)$ ، لكنهم مجهولون. والسؤال كيف رَجَدُهم؟ العينة المعطاة D، تفيد بأن الهدف هو أن رَجَدَ $P(w_i | \mathbf{x}, D)$ ، ممكن إستخدام صيغة Bayes، التي تُعطي التالي:

$$P(w_i | \mathbf{x}, D) = \frac{p(\mathbf{x} | w_i, D) P(w_i | D)}{\sum_{j=1}^c p(\mathbf{x} | w_j, D) P(w_j | D)}$$

نُستعمل المعلومات المزودة بعينات التدريب لتقدير كثافات الصنف الشرطية والاحتمالات المسبقة. الفرضيات المستعملة عموماً في هذه الحالة هي التالية:

- الاحتمالات المسبقة عموماً معروفة أو قابلة للحصول عليها من الحسابات الديهية. مثلاً $P(w_i) = P(w_i|D)$.
- مجموعة التدريب يُمكن أن تُفصل إلى عدد c من المجموعات الفرعية D_1, \dots, D_c .
- العينات D_j ليس لها تأثير على $p(\mathbf{x}|w_i, D_i)$ إذا $i \neq j$.

وهكذا فيمكننا أن نكتب الصيغة التالية:

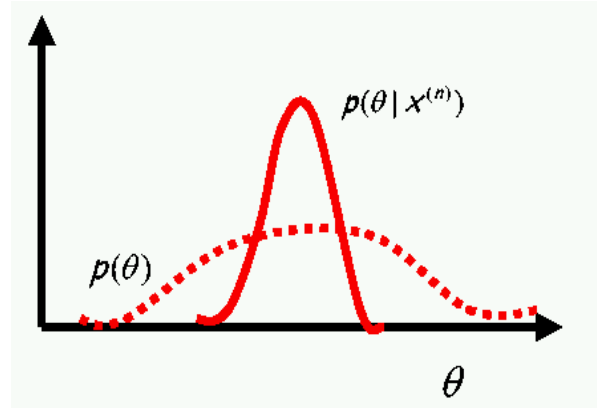
$$P(w_i | \mathbf{x}, D) = \frac{p(\mathbf{x} | w_i, D_i) P(w_i)}{\sum_{j=1}^c p(\mathbf{x} | w_j, D_j) P(w_j)}$$

ينتج عندها هنا عدد c من المشاكل المنفصلة من الشكل التالي:

إستعمال المجموعة D من العينات المسحوبة بشكل مستقل طبقاً لتوزيع إحتمال ثابت لكن مجهول $p(\mathbf{x})$ لتقدير الإحتمالية $p(\mathbf{x}/D)$.

تقدير Bayesian: النظرية العامة

تعليم Bayesian يُعتبر أن θ هو موجه العوامل المفروض أن يقدر، لكي يكون متغيراً عشوائياً. قبل أن نلاحظ البيانات، فإن العوامل موصوفة بالاحتمالات المسبقة $p(\theta)$ والتي تكون واسعة جداً نموذجياً. عندما لاحظنا البيانات، فيمكننا أن نستعمل صيغة Bayes لإيجاد الاحتمالات اللاحقة $p(\theta | D)$. حيث بعض قيم العوامل أكثر تشرقق مع البيانات من الآخرين، الاحتمالات اللاحقة أضيق من الاحتمالات المسبقة. توضح الصورة التالية تعليم Bayesian.



الرسم رقم 27.

دالة الكثافة لـ \mathbf{x} ، تعطى مجموعة معلومات التدريب، D :

$$p(\mathbf{x} | D) = \int p(\mathbf{x}, \theta | D) d\theta$$

من تعريف كثافات الإحتمال الشرطية يمكن الوصول الى الصيغة التالية:

$$p(\mathbf{x}, \theta | D) = p(\mathbf{x} | \theta, D) p(\theta | D).$$

العامل الأول مستقل عن D حيث انه فقط شكلنا المُفترض للكثافة العاملة. لذا يمكن القول :

$$p(\mathbf{x} | D) = \int p(\mathbf{x} | \theta) p(\theta | D) d\theta$$

بدلاً من أن نختار قيمة معينة لـ θ ، نظري Bayesian تحول المعدل المرجح على كل قيم θ . إن عامل الوزن ، المعطى بالصيغة التالية $p(\theta | D)$ والذي يعتبر احتمالاً لاحقاً لـ θ هو مُحدّد من البداية بالإحتمال المسبق المفترض $p(\theta)$. بعد ذلك نقوم بتحديثه بـ استعمال صيغة Bayes لعمل حساب لمجموعة المعلومات D.

حيث $D = \{x^1, \dots, x^N\}$ مَسْحُوب بشكل مستقل والتي تعتبر دالة إمكانية. الاحتمال اللاحق لـ θ يحسب بالصيغة التالية :

$$p(\theta | D) = \frac{p(D | \theta) p(\theta)}{p(D)} = \frac{p(\theta)}{p(D)} \prod_{n=1}^N p(x^n | \theta), \quad (**)$$

حيث عامل تطبيع يحسب بالصيغة التالية :

$$p(D) = \int p(\theta') \prod_{n=1}^N p(x^n | \theta') d\theta',$$

تعليم Bayesian - توزيع المتغيرات الموحدة الطبيعي

دعنا نَستعملُ تقنيةَ تقدير Bayesian لحساب الكثافة الإستدلالي $p(\theta | D)$ وكثافة الإحتمال المطلوبة $p(x | D)$

للحالة $p(x | \mu) \sim N(\mu, \Sigma)$

حالة المتغيرات الموحدة:

لنفترض ان μ هو العامل المجهول الوحيد، فإنه يمكن إعتبار التالي : $p(x | \mu) \sim N(\mu, \sigma^2)$

الإحتمال المسبق: التوزيع الطبيعي على μ ، يسمح بكتابة التالي: $p(\mu) \sim N(\mu_0, \sigma_0^2)$

μ يُشَقَّرُ بَعْضُ العِلْمِ المسبق حول المتوسط الحقيقي μ ، بينما يَقيسُ حيرتنا المسبقة. إذا μ مَسْحُوبًا مِنْ $p(\mu)$ فإن الكثافة لـ x تُقَرَّرُ بالكامل. بفرض $D = \{x_1, \dots, x_n\}$ نحن نَستعملُ المعادلة التالية:

$$\begin{aligned} p(\mu | D) &= \frac{p(D | \mu) p(\mu)}{\int p(D | \mu) p(\mu) d\mu} \\ &= \alpha \prod_{k=1}^n p(x_k | \mu) p(\mu) \end{aligned}$$

بحساب التوزيع الخلفي نصل الى الصيغة التالية :

$$\begin{aligned} p(\mu | D) &\propto p(D | \mu) p(\mu) \\ &= \alpha' \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\sum_{k=1}^n \left(\frac{x_k - \mu}{\sigma} \right)^2 + \left(\frac{\mu - \mu_0}{\sigma_0} \right)^2 \right) \right] \\ &= \alpha'' \exp \left[-\frac{1}{2} \left[\left(\frac{n}{\sigma^2} + \frac{1}{\sigma_0^2} \right) \mu^2 - 2 \left(\frac{1}{\sigma^2} \sum_{k=1}^n x_k + \frac{\mu_0}{\sigma_0^2} \right) \mu \right] \right] \end{aligned}$$

حيث ان العوامل التي لا تَعْتَمِدُ على μ اقتصرَت على الثوابت α' و α'' . و $p(\mu | D)$ هي دالة أُسِّيَّة من الحالة التربيعية لـ μ وبمعنى آخر: ه ي كثافة طبيعية. الدالة $p(\mu | D)$ تبقى طبيعية لأي عدد من عينات التدريب. لذلك إذا كتبنا التالي:

$$p(\mu | D) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{\mu - \mu_n}{\sigma_n} \right)^2 \right]$$

فإننا بمطابقة المعاملات، نحصل على التالي:

$$\frac{1}{\sigma_n^2} = \frac{n}{\sigma^2} + \frac{1}{\sigma_0^2}$$

$$\frac{\mu_n}{\sigma_n^2} = \frac{n}{\sigma^2} \hat{\mu}_n + \frac{\mu_0}{\sigma_0^2}$$

حيث $\hat{\mu}_n = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n x_k$ هي متوسط العينة.

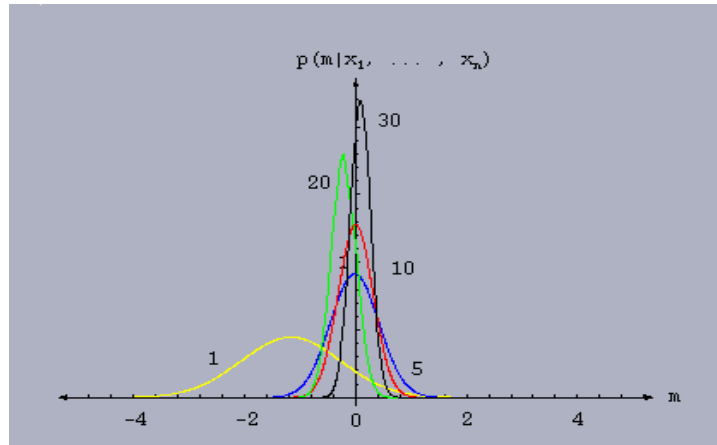
الحل بشكل واضح لـ μ_n و σ_n^2 باستخدام الصيغ التالية :

$$\mu_n = \left(\frac{n\sigma_0^2}{n\sigma_0^2 + \sigma^2} \right) \hat{\mu}_n + \frac{\sigma^2}{n\sigma_0^2 + \sigma^2} \mu_0$$

و

$$\sigma_n^2 = \frac{\sigma_0^2 \sigma^2}{n\sigma_0^2 + \sigma^2}$$

نقُل μ_n تخميننا الأفضل لـ μ بعد ملاحظة عدد n من العينات. يُقاس σ_n^2 حيرتنا حول هذا التخمين. تتناقص σ_n^2 بشكل رتيب مع n (إقتراب σ^2/n) كما n يقترب من اللانهاية. كل ملاحظة إضافية تنقص حيرتنا حول قيمة μ الحقيقية. بما أن n تتزايد، فإن $p(\mu|D)$ تصبح أكثر فأكثر بارزة جداً، إقتراب دالة دلنا Dirac فإن n يقترب من اللانهاية. هذا السلوك معروف بتعلم Bayesian.



الرسم رقم 28.

عُموماً μ_n ، هي مجموعة خطية، من $\hat{\mu}_n$ و μ_0 بالمعاملات الغير سلبية و التي مجموعها يساوي 1. وهكذا يمكن ملاحظة ان μ_n تقع في مكان ما بين μ_0 و $\hat{\mu}_n$. إذا، $\sigma_0 \neq 0$ ، فإن $\mu_n \rightarrow \hat{\mu}_n$ حيث ان $n \rightarrow \infty$. إذا، $\sigma_0 = 0$ فإن حقيقتنا الإستنتاجية التي تفيد ان $\mu = \mu_0$ وانه ليس هناك من عدد ملاحظات الذي يُمكن أن يُغيّر رأينا. إذا، $\sigma \square \sigma_0$ التخمين الإستنتاجي مجهول جداً، ونحن نأخذ $\mu_n = \hat{\mu}_n$ ، فإن النسبة σ^2 / σ_0^2 تُدعى دوغمائية.

حالة المتغيرات الموحدة: $p(x|D)$

$$p(x|D) = \int p(x|\mu)P(\mu|D)d\mu$$

معطية بالمعادلة التالية :

$$\begin{aligned} &= \int \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_n} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{\mu-\mu_n}{\sigma_n}\right)^2\right] d\mu \\ &= \frac{1}{2\pi\sigma\sigma_n} \exp\left[-\frac{1}{2}\frac{(x-\mu_n)^2}{\sigma^2 + \sigma_n^2}\right] f(\sigma, \sigma_n) \end{aligned}$$

حيث

$$f(\sigma, \sigma_n) = \int \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{\sigma^2 + \sigma_n^2}{\sigma^2 \sigma_n^2} \left(\mu - \frac{\sigma_n^2 x + \sigma^2 \mu_n}{\sigma^2 + \sigma_n^2} \right)^2 \right] d\mu$$

$$p(x|D) \propto \exp \left[-\frac{1}{2} \frac{(x - \mu_n)^2}{\sigma^2 + \sigma_n^2} \right]$$

و عليه يمكننا أَنْ نَكْتُبَ التالي :

$$p(x|D) \propto N(\mu_n, \sigma^2 + \sigma_n^2)$$

للحُصُول على إَحتِمَالِ الصنفِ الشرطي، $p(x|D)$ الذي يعتبر شكلا عامليا و معرفاً لِيُظْهِرَ $p(x|\mu) \propto N(\mu, \sigma)$ نَسْتَبْدِلُ μ بـ μ_n و σ^2 بـ $\sigma^2 + \sigma_n^2$. إِنَّ المتوسطَ الشرطي μ_n يُعْتَبَرُ كما لو كان المتوسطَ الحقيقي، والإِخْلَافَ المعروف يُرَادُ لتفسير الحيرة الإضافية في x الناتجة عن قلة المعرفة المضبوطة للمتوسط μ .

مثال (الحد الاعلى استدلاليا)

لِهَيَّا عدد N من النقاط المُولَّدة بمعادلة Gaussian ذات البعد الواحد، $p(x|\mu) = G_x[\mu, 1]$ ، حيث أَرْنَا نَعْتَقِدُ بِأَنَّ المتوسطَ لا يَجِبُ أَنْ يَكُونَ كبيراً جداً، لذلك نَسْتَعْمِلُ $p(\mu) = G_\mu[0, \alpha^2]$ ، حيث α متعدد العوامل. إِنَّ الدالة الموضوعية الكلية هي التالية:

$$E \propto -\sum_{n=1}^N (x_n - \mu)^2 - \frac{\mu^2}{\alpha^2}$$

$$\mu = \frac{1}{N + 1/\alpha^2} \sum_{n=1}^N x_n$$

لِ $N \propto \frac{1}{\alpha^2}$ تأثير للإِحتمالات المسبقة هي تافهة والنتيجة هي تخمينُ الإِحتمالية العظمى. لكن للإِعتقادِ القوي جداً في الإِحتمال $N \propto \frac{1}{\alpha^2}$ المسبِقِ فإن التَّخمينَ يَتَّيْعُ للصفر. هكذا، إذا بَضَعْنَا بياناتٍ متوفرة، فإن الإِحتمال المسبِقِ

سَيَحَرِّفُ التَّخمينَ نحو القيمةِ المتوقعةِ المسبقةِ

تَعْلِيلُ Bayesian التكراري التزايدى

$$p(D|\theta) = \prod_{k=1}^n p(x_k|\theta), \quad \text{دَعْنَا نَعْرِفُ } D^n = \{x_1, \dots, x_n\} \text{ ثَمَّ رَأَيْنَا بِأَنَّ}$$

$$p(D^n|\theta) = p(x_n|\theta)p(D^{n-1}|\theta).$$

نَسْتَبْدِلُ $p(\theta|D)$ وبلستعمال Bayes يصبح عِنْدَنَا الصيغة التالية:

$$p(\theta|D^n) = \frac{p(D^n|\theta)p(\theta)}{\int p(D^n|\theta)p(\theta)d\theta} = \frac{p(x_n|\theta)p(D^{n-1}|\theta)p(\theta)}{\int p(x_n|\theta)p(D^{n-1}|\theta)p(\theta)d\theta}$$

$$= \frac{p(x_n|\theta)p(\theta|D^{n-1}) \frac{p(D^{n-1})}{p(\theta)} p(\theta)}{\int p(x_n|\theta)p(\theta|D^{n-1}) \frac{p(D^{n-1})}{p(\theta)} p(\theta)d\theta}$$

أخيراً يمكن الوصول الى الصيغة النهائية:

$$p(\theta|D^n) = \frac{p(x_n|\theta)p(\theta|D^{n-1})}{\int p(x_n|\theta)p(\theta|D^{n-1})d\theta}$$

بينما $p(\theta|D^0)=p(\theta)$, تكرر إستعمال هذا المعادلة، بتسج السلسلة التالية :

$$p(\theta), p(\theta | x_1), p(\theta | x_1, x_2), \dots$$

هذه تُدعى نظريّة Bayes التكرارية لتقدير العوامل. (القلم التزايدى). عندما توجه هذه السلسلة من الكثافات إلى دالة Dirac delta المركزة حول قيمة العامل الحقيقية، فإنه يكون عندنا تعميم Bayesian.

الإمكانية الأعلى مقابل Bayesian

الإمكانية الأعلى وتقديرات Bayesian هي تقريبا متساوية (مكافئة) وثابتة. كل منهم يُنتج نفس كثافات الصنف الشرطية عندما ينمو حجم بيانات التدريب الى اللانهاية. الإمكانية الأعلى أسهل بشكل حسابي نموذجياً: بحيث انه في الإمكانية الأعلى نحن من الضروري أن نحسب التفاضل (متعدد الأبعاد) وفي Bayesian نحسب التكامل (متعدد الأبعاد). الإمكانية الأعلى أسهل في أغلب الأحيان للتفسير: حيث، تعطي النموذج (العامل) الوحيد والأفضل بينما Bayesian يعطي معدل مرجح من النماذج. لكن لبيانات تدريب محدودة (و احتمالية مسبقة وموثوقة معطاة) فإن Bayesian أكثر دقة (إستعمال أكثر للمعلومات). Bayesian بالإحتمال المسبق المحدد هي جوهرياً الإمكانية الأعلى؛ مع الإحتمالية المسبقة اللامتناهية والواسعة، تؤدي إلى حلول مختلفة.

مشاكل الأبعاد: الدقة، الرُعد، وحجم عينات التدريب

لنعتبر التوزيعات المتعددة الأبعاد الطبيعية لصفين $N(\mu_i, \Sigma)$ $p(x | \omega_i)$ بنفس التغيرات. إذا الاحتمالات المسبقة متساوية فإن نسبة خطأ Bayesian مُعطية بالصيغة التالية:

$$P(e) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{r/2}^{\infty} e^{-u^2/2} du,$$

حيث r^2 هي مسافة Mahalanobis المربعة:

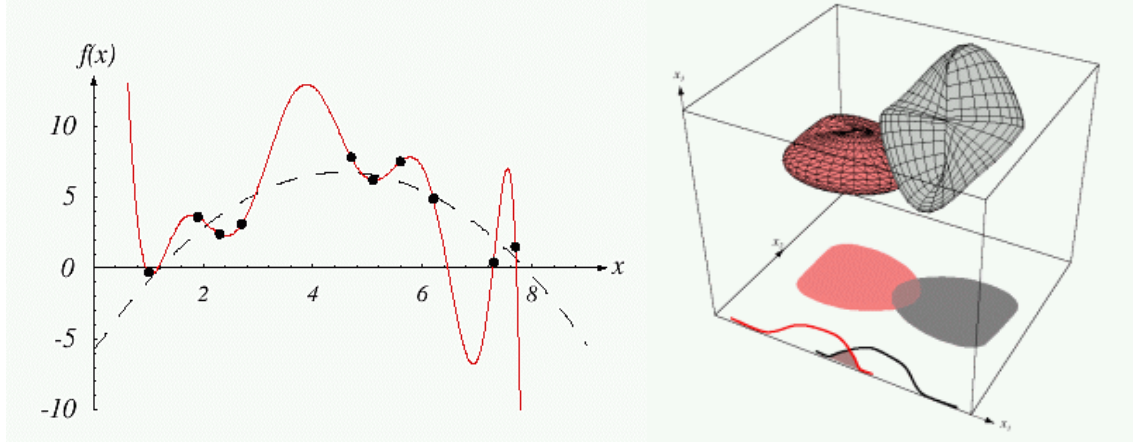
$$r^2 = (\mu_1 - \mu_2)' \Sigma^{-1} (\mu_1 - \mu_2).$$

وهكذا إحتمال الخطأ ينقصُ بينما r تزايد. في الحالة المستقلة بشكل مشروط $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1^2, \dots, \sigma_d^2)$ و

$$r^2 = \sum_{i=1}^d \left(\frac{\mu_{i1} - \mu_{i2}}{\sigma_i} \right)^2$$

مشاكل الأبعاد

بينما دقة التصنيف يُمكن أن تُصبح أفضل بزيادة الأبعاد (وكمية بيانات التدريب)، بشكل لايقبل النقاش، فإن النقطة المُتأكدة، ان إدراج الميزات الإضافية يؤدي إلى الأسوأ بدلاً من ان يُحسن الأداء. كذلك التعقيد الحسابي يزداد، وتظهر مشكلة تداخل حدود التصنيف.



الرسم رقم 29.

القرارات المستندة على النماذج المعقدة جداً تؤدي إلى دقة قليلة من التصنيف في أغلب الأحيان.

التقنيات بدون العوامل

حتى الآن، ناقشنا التعلّم المُشرف عليه بفرض أن أشكال دوال الكثافة التحتية معروفة. نادراً ما يكون العامل المشترك ملائماً للكثافات المصادفة في الحقيقة عملياً. تعتبر كثافات العوامل الكلاسيكية نمطية، بينما العديد من المشاكل العملية تتضمن كثافات متعددة شكلية. نناقش هنا الإجراءات التي بدون عوامل والتي يُمكن أن تُستعمل بالتوزيع الإعتباطي وبدون الفرضية أن أشكال الكثافات التحتية معروفة. هناك عدة أنواع طرق للتقنيات بدون عوامل:

- إجراءات لتخمين الكثافة $p(\mathbf{x} | \omega_j)$ من أنماط العينة. إذا كانت هذه التخمينات مقنعة، فيمكن أن يَستبدلوا الكثافات الحقيقية عندما نضم في المصنف.
- إجراءات لمباشرة تخمين الاحتمالات الإستدلالي $P(\omega_j | \mathbf{x})$
- قاعدة الجار الأقرب التي تتجاوز تقدير الاحتمال، وتذهب مباشرة إلى دوال القرار.

طريقة المخطط الإحصائي

يعتبر المخطط الإحصائي هو الطريقة الأسهل تصورياً لتخمين دالة احتمالية الكثافة. إن مدى كل مكون X_s من الموجه X منقسم إلى عدد ثابت (m) من الفترات المتساوية. المربعات الناتجة (الصناديق) من الحجم المماثل V هي التوقعات ونحسب بعد ذلك عدد سقوط النقاط إلى كل مربع.

لنفترض بأن عددنا عدد n_i من العينات $x_j, j=1, \dots, n_i$ من الصنف w_i . لنفترض بأن عدد نقاط الموجه في المربع j ، b_j والتي تحقق الشرط $\mathbf{x}_i \in \omega_i$ ، تكون k_j . تخمين المخطط الإحصائي، $\hat{p}(\mathbf{x} | \omega_i)$ لدالة الكثافة مُعرّف حسب الصيغة التالية:

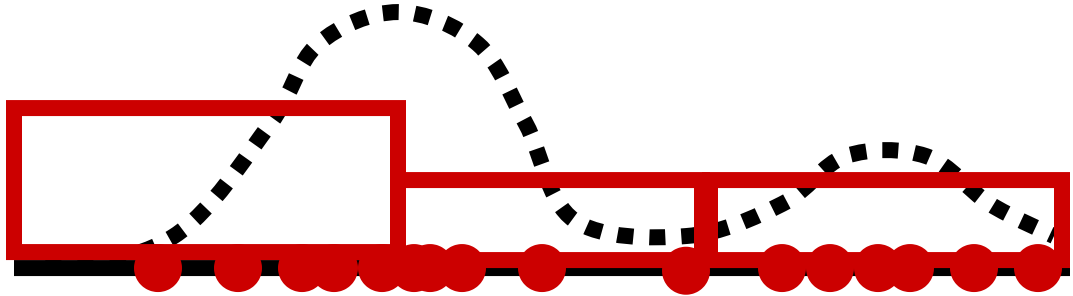
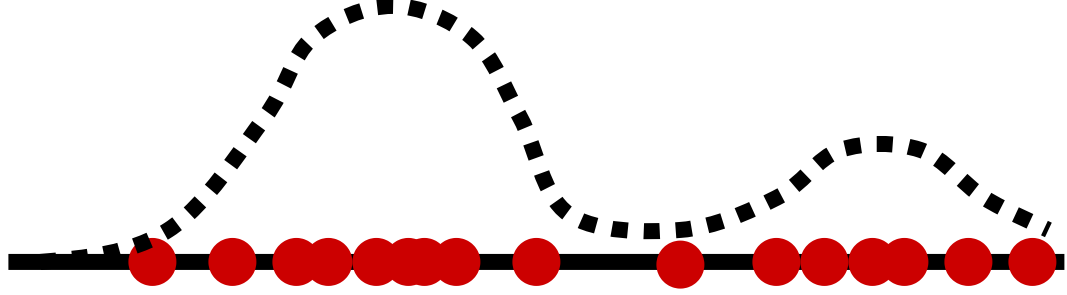
$$\hat{p}(\mathbf{x} | \omega_i) = \frac{k_j / n_i}{V} \quad \mathbf{x} \in b_j$$

ثابت لكل صندوق b_j . $\hat{p}(\mathbf{x} | \omega_i)$ هي دالة الكثافة: $\int \hat{p}(\mathbf{x} | \omega_i) d\mathbf{x} = \sum_{j=1}^m \int_{b_j} \frac{k_j}{n_i V} d\mathbf{x} = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^m k_j = 1$ دعنا نتحقق من أن

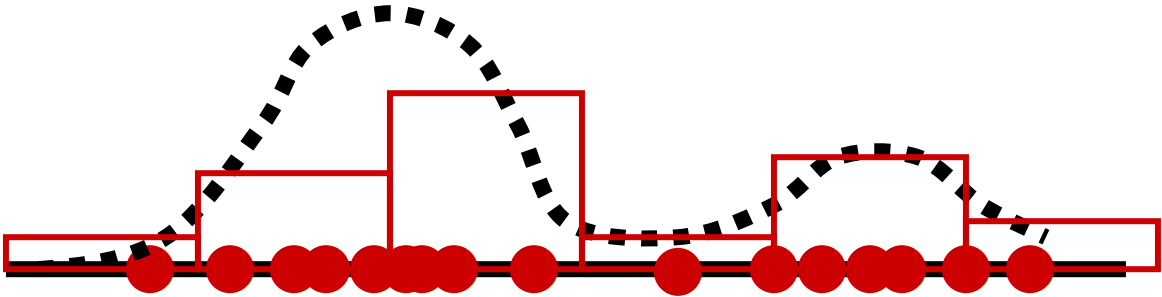
فيمكننا أن نختار العدد m من الصناديق ونقاط بدايتهم. تثبيت نقاط البداية ليست مشكلة حرجة، لكن العدد m مهم جداً. بحيث انه يحدد دور عامل الصقل. اذا كان العدد m كبير جداً فإنه يجعل المخطط الإحصائي ذو نهايات مدببة، و إذا كان صغيراً جداً فإن الشكل الحقيقي لدالة الكثافة لن يكون ثابتاً.

مثال على طريقة المخطط الإحصائي

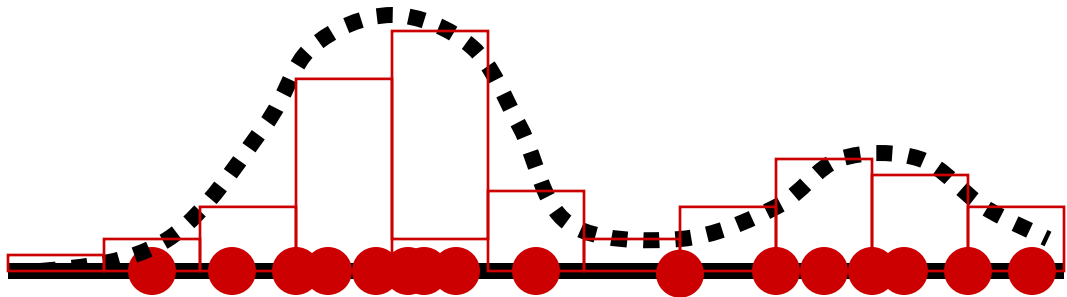
لنفترض بيانات ببعد واحد، بعض النقاط المختبرة هي من المجموعة لدالتين Gaussians:



3 صناديق



7 صناديق



11 صندوق

الرسم رقم 30.

التقدير بطريقة المخطط الإحصائي فعال جداً فيمكن تنفيذ هذه بسرعة كبيرة (بزمن تحديث الصورة). نقول : كل ما يجب علينا عمله هو ان نُجَدِّدَ العدادات k أثناء وقت التشغيل، لذا لسنأ بحاجة إلى أن نبقى كل البيانات التي يمكن أن تكون ضخمة جداً. لكن فائدته تُحدَّد فقط إلى الموجهات ذات البعدية المنخفضة x ، لأن عدد الصناديق، Nb ، ينمو تصاعدياً مع البعدية d وذلك حسب الصيغة التالية :

$$N_b = m^d.$$

تقدير الكثافة

لتخمين الكثافة في x ، نُشكِّل سلسلة المناطق $R1, R2, \dots$. الإحتمال ان x يقع في R هو :

$$P = \int_R p(\mathbf{x}') d\mathbf{x}'$$

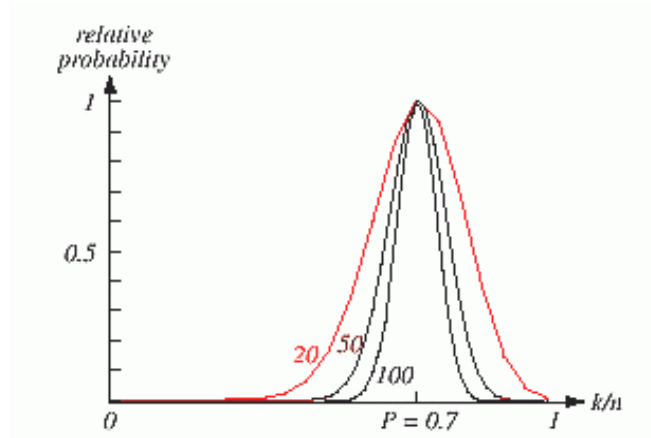
لنفترض انه لدينا عدد d من العينات x_1, \dots, x_n المَسحوبَة طبقاً لـ $p(x)$. الإحتمال ان k منهم ويقع في R هو التالي:

$$P_k = \binom{n}{k} P^k (1-P)^{n-k}$$

والقيمة المتوقعة لـ k هي $E[k] = nP$ والإخلاف $\text{var}(k) = nP(1-P)$. إن الجزء النسبي للعينات الذي يقع في R ، (k/n) ، هو أيضاً متغير عشوائي للذي معطاة الصيغة التالية:

$$E\left[\frac{k}{n}\right] = P, \quad \text{var}\left[\frac{k}{n}\right] = \frac{P(1-P)}{n}$$

عندما يتزايد n فإن الإخلاف يتناقص و k/n يُصبح مقدراً (مقيماً) أفضل لـ P . يبلغ Pk الذروة بحدّة حول المتوسط، لذا فإن k/n هو تخمين جيد لـ P .



الرسم رقم 31.

لـ R صغير بشكل كافي :

$$P = \int_R p(\mathbf{x}') d\mathbf{x}' \approx p(\mathbf{x}) V,$$

حيث أن x ضمن R و V هي الحجم المغلق بـ R . هكذا نصل إلى الصيغة التالية:

$$p(\mathbf{x}) \approx \frac{k/n}{V} \quad (*)$$

ثلاثة شروط لتقدير الكثافة

دعنا نأخذ السلسلة المتزايدة من العينات $n=1,2,3,\dots$. نأخذ المناطق R_n بالحجوم المخفضة $V_1 > V_2 > V_3 > \dots$ لنفترض ان k_n هو عدد وقوع العينات في R_n . لنفترض ان $p_n(x)$ هو التخمين رقم n لـ $p(x)$. إذا $p_n(x)$ قابل للتلاقى مع $p(x)$ ، فإن ثلاثة شروط يجب أن تُتطلب:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} V_n = 0, \quad \text{الوضوح كبير بقدر الإمكان (لتخفيض الصقل).}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} k_n = \infty, \quad \text{ما عدا ذلك في المدى } R_n \text{ لن يكون هناك عدد منتهى من النقاط و } k/n \text{ سوف لن يتلاقى مع } P \text{ وسوف نحصل على } p(x) = 0.$$

$$k_n/n = 0 \quad \text{لمضمان تقارب } (*).$$

نافذة Parzen و مركز الجوار الأقرب (KNN)

كيف نحصل على السلسلة R_1, R_2, \dots ؟ هناك طريقتان متداولتان للحصول على سلاسل المناطق التي نستوفي الشروط أعلاه:

- طريقة نافذة Parzen أو (اللب): تتلخص هذه الطريقة بتقليص المنطقة الأولية بتحديد الحجم V_n كدالة من n ، مثل $V_n = 1/\sqrt{n}$ وإظهار ان k_n/n يتصرف على نحو ملائم و بمعنى آخر: $p_n(x)$ يسعى إلى $p(x)$.

- طريقة الجار الأقرب: تتلخص هذه الطريقة بتحديد k_n كدالة من n ، مثل $k_n = \sqrt{n}$. هنا الحجم V_n يتزايد حتى يخلق عدد k_n من جيران x .

كلتا هذه الطرق تتلاقى، بالرغم من أنه صعب لإعطاء الإفادات ذات المغزى حول سلوك عيّنهم المحدود.

نافذة Parzen

لنفترض أن المنطقة R_n هي مكعب متعدد الأبعاد. إذا h_n هي طول حافة ذلك المكعب، فإن حجمه مُعطى بالصيغة التالية: $V_n = h_n^d$. نعرف دالة النافذة التالية:

$$\varphi(\mathbf{u}) = \begin{cases} 1 & |u_j| \leq 1/2; \quad \varphi = 1, \dots, d \\ 0 & \text{otherwise.} \end{cases}$$

$\varphi(\mathbf{u})$ تُعرف وحدة المكعب المتمركز في الأصل حسب التالي:

- إذا $\varphi((\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)/h_n) = 1$ ، فإن \mathbf{x}_i يقع ضمن المكعب من الحجم V_n ذو المركز \mathbf{x} ،
- وصفر فيها عدا ذلك.

إن عدد العينات في هذا المكعب مُعطى بالصيغة التالية:

$$k_n = \sum_{i=1}^n \varphi\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_i}{h_n}\right)$$

حيث

$$p_n(\mathbf{x}) = \frac{k_n/n}{V_n}$$

$$p_n(\mathbf{x}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{V_n} \varphi\left(\frac{\mathbf{x} - \mathbf{x}_i}{h_n}\right).$$

بدلاً مِنْ تحديد أنفسنا إلى نافذة المكعب، فيمكننا أَنْ نَسْتَعْمَلَ صنف أكثر عمومية مِنْ دوال النافذة. بحيث يكون (pn) هو معدل دوال x والعينات xi. دالة النافذة تُسْتَعْمَل للزيادة، بحيث ان كُلَّ عَيِّنة تُساهم في التخمين بموجب مسافتها عَنْ x. Pn (x) يَجِبُ أَنْ:

- يَكُونُ غيرُ سَلْبِي
- كَامِلٌ إلى 1.

هذا يُمكنُ أَنْ يكون مضمون بِنَظَرٍ ان تكون دالة النافذة نفسها هي دالة الكثافة، وبمعنى آخر:

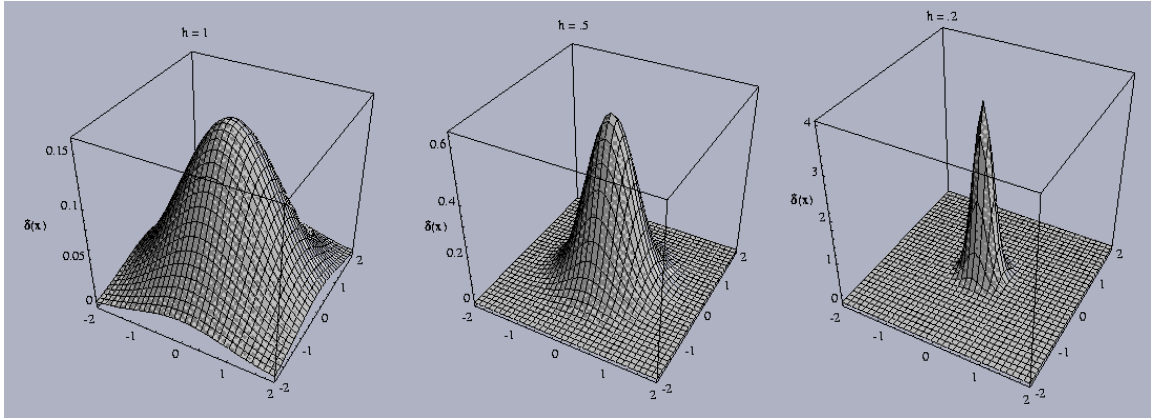
$$\varphi(\mathbf{x}) \geq 0 \quad \text{and} \quad \int \varphi(\mathbf{u}) d\mathbf{u} = 1.$$

تأثير حجم النافذة hn على p (x)

$$\delta_n(\mathbf{x}) = \frac{1}{V_n} \varphi\left(\frac{\mathbf{x}}{h_n}\right) \quad \text{- نَعْرِفُ الحالة:}$$

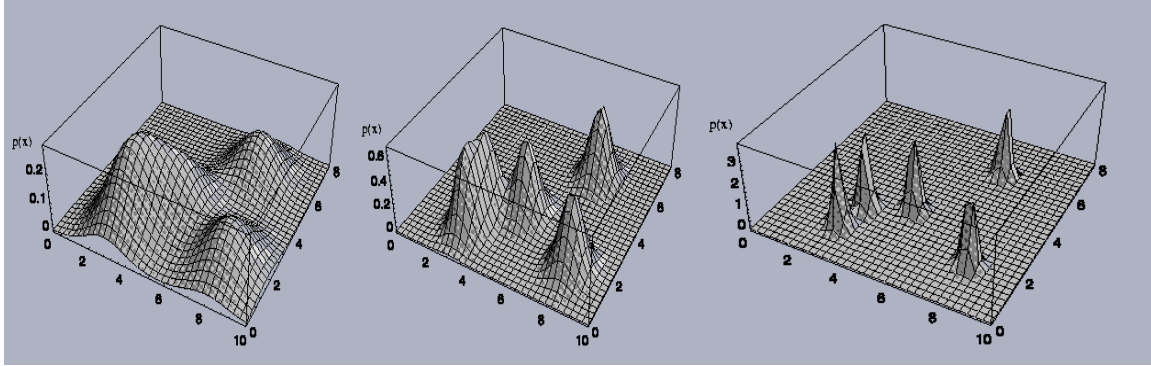
$$p_n(\mathbf{x}) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \delta_n(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i) \quad \text{- ثم، نَكْتُبُ } p_n(\mathbf{x}) \text{ كالمعدل:}$$

- حيث ، hn يُؤثرُ على كل من مدى وعرض $\delta_n(\mathbf{x})$



الرسم رقم 32. أمثلة عن الوضع الطبيعي المتماثل بشكل دائري لنوافذ Parzen ثنائي الأبعاد لثلاثة قيم مختلفة من h.

إذا كان hn كبير جداً، فإن مدى $\delta_n(\mathbf{x})$ صغير، و x يَجِبُ أَنْ تَكُونُ بعيدة عَنْ xi قبل ان التغييرات $\delta_n(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$ تكون أكثر مِنْ $\delta_n(0)$. في هذه الحالة $p_n(\mathbf{x})$ هي المركز الاعظمي لعدد n من الوظائف المختلفة ببطيء، وتخمين لـ $p(\mathbf{x})$. إذا hn صغير جداً، فإن القيمة البالغة الذروة كبيرة، وتُحْدِثُ قُرْبُ $x = x_i$. في هذه الحالة، $p_n(\mathbf{x})$ هي المركز الاعظمي لعدد n من النضات الحادة المتمركزة في العينات: والتخمين هنا "صاخب" مضلل. بينما يَقْتَرِبُ hn من الصفر، تقترب $\delta_n(\mathbf{x} - \mathbf{x}_i)$ من دالة Dirac-delta المتمركزة في xi، و $p_n(\mathbf{x})$ تقترب من المركز الاعظمي لدالة الدلتا المتمركزة في العينات.



الرسم رقم 33.

تُخمَّن الكثافة لثلاث نوافذ Parzen بالإستناد على نفس مجموعة من خمس عينات، يلمتعمال النوافذ من الرسم السابق.

- عليه يمكن القول ان، إختيار h_n (أو V_n) له تأثير مهم على $p_n(x)$ بحيث انه:
- إذا V_n كبير جداً فإن التخمين سيعاني من الوضوح القليل جداً
 - إذا V_n صغير جداً فإن التخمين سيعاني من التغير الإحصائي الكثير.
 - إذا كان هناك عدد محدود من العينات، فإنه علينا إيجاد بعض التسوية المقبولة.
 - إذا كان عندنا عدد غير محدود من العينات، فإننا ندع V_n يقترب من الصفر ببطء بينما n يتزايد، وللحصول على $p_n(x)$ يتلاقى مع الكثافة المجهولة $p(x)$.

الأمثلة

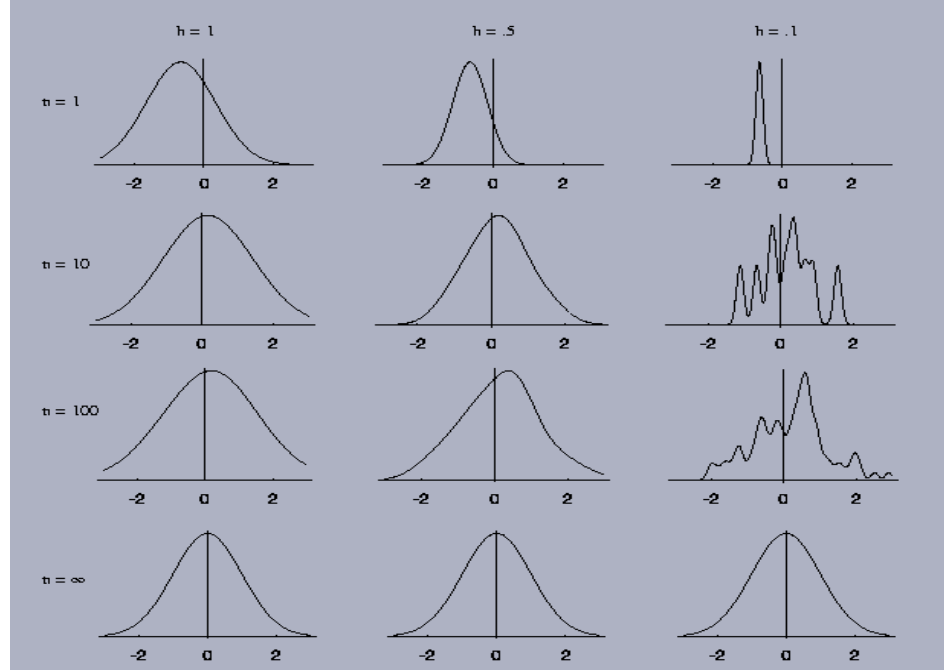
مثال 1: $p(x)$ هي الكثافة الطبيعية المتغيرة بقيمة إختلاف - صفر. لنفترض ان دالة النافذة تكون نفس الشكل:

$$\varphi(u) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-u^2/2}$$

لنفترض $h_n = h_1 / \sqrt{n}$ ، حيث h_1 هو عامل $P_n(x)$ هو معدل الكثافات الطبيعية المتمركز في العينات:

$$p_n(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{h_n} \varphi\left(\frac{x-x_i}{h_n}\right).$$

نولّد مجموعة العينات الطبيعية الموزعة بشكل عشوائي. التفاوت n و h موضح بالرسم التالي. يوضح الرسم ان النتائج تعتمد على كل من n و h . ل $n=1$ ، $p_n(x)$ هو مجرد دالة Gaussian مفردة و متمركزة حول العينة الأولى، التي ليس لها المتوسط و الإختلاف للتوزيع الحقيقي. ل $n=10$ و $h=0.1$ ، مساهمات العينات الفردية قابلة للإدراك. طبعاً هذه ليست الحالة ل $h=1$ و $h=5$.



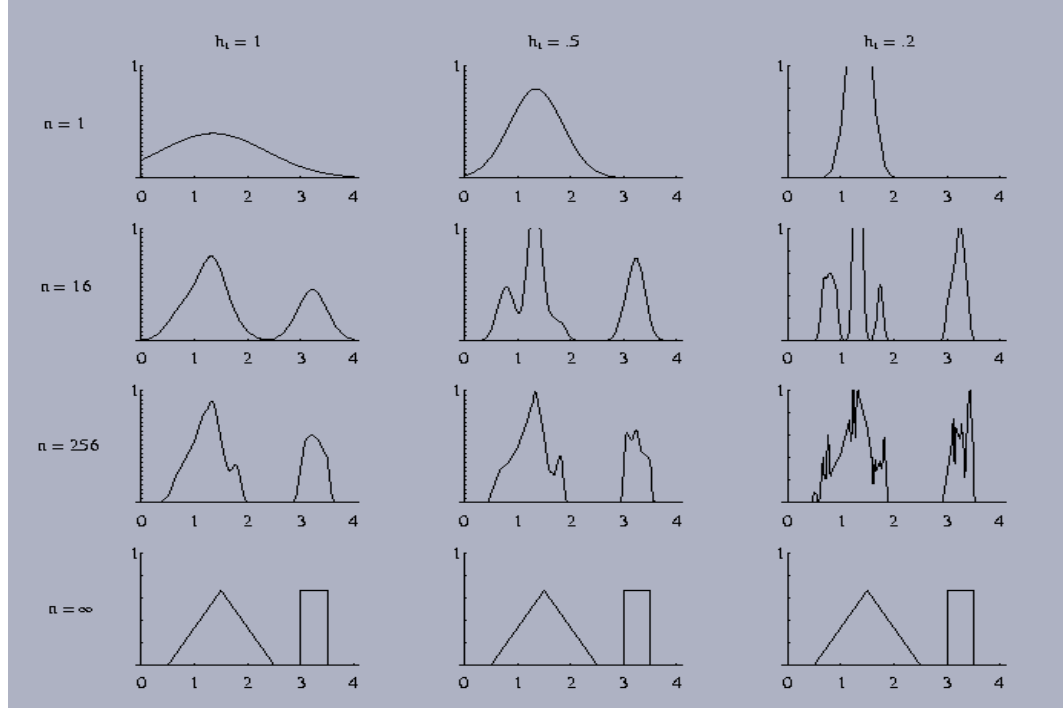
الرسم رقم 34.

مثال 2:

لنفترض ان h_n و $\varphi(u)$ تكون تماماً كما في المثال 1. لكن لنفترض ان الكثافة المجهولة تكون خليط من الكثافة الموحدة و التثلثية.

الحالة $n=1$ يمل أكثر حول دالة النافذة من ان يمل حول الكثافة المجهولة.

- ل $n=16$ ، و لا واحد من التخمينات جيد.
- ل $n=256$ ، و $h=1$ ، التخمينات تبدأ ان تكون مقبولة.



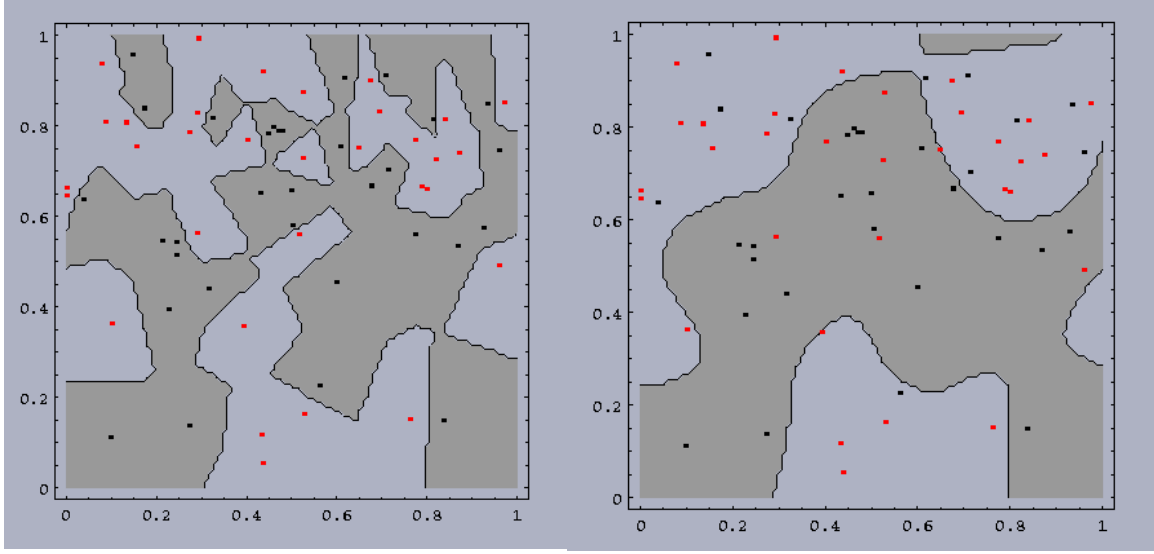
الرسم رقم 35. تخمينات نافذة Parzen للتوزيع الثنائي

التصنيف

لعمل التصنيف نحن يجب أن نقوم بالتالي:

- نَحْمَن الكثافة لكل صنف بلستعمال طريقة نافذة Parzen.
 - نصنف نقطة الاختبار بالعلامة المطابقة للاحتتمالات اللاحقة القصوى.
- مناطق القرار لمصنف نافذة Parzen تعتمد على اختيار دالة النافذة.

و لهذه البيانات، h الصغير سيكون ملائم للنقاط العليا، بينما h الكبير ملائم للمنطقة الأوطأ. ليس هناك من عرض نافذة وحيد مثالي عموماً. بشكل عام، خطأ التدريب يُمكن أن يُجعل مستوى واطئ بشكل إعتباطي بجعل عرض النافذة صغيراً بما فيه الكفاية. تذكر، هدف تكوين المصنف هو أن يقسم (يُصنف) الأنماط الهبكرة، و خطأ التدريب المنخفض لا يضمن خطأ الاختبار الصغير.



h الصغير : حدود معقّدة أكثر. h الكبير : حدود أقل تعقيداً.

الرسم رقم 36.

إيجابيات تقنيات اللاعوامل

- العمومية: الإجراء نفسه يُمكن أن يُستعمل لوضع النموذج الموحد الطبيعي وخليط النموذج الثنائي.
- فلنسنا بحاجة لوضع فرضية حول التوزيع قبل الوقت.
- و بالعينات الكافية، نحن واثقون من الوصول إلى كثافة الهدف المعقّدة بشكل إعتباطي.

سلبيات تقنيات اللاعوامل

- عدد العينات المطلوب قد يكون كبير جداً (أكبر بكثير من ما سيُطلب إذا عرفنا شكل الكثافة المجهولة).
- متطلبات صارمة بالنسبة لوقت التخزين و الحساب.
- يُنمو العدد الكبير للعينات تصاعدياً مع ابعاد فضاء دلائل التمييز (الميزات)
- لحساسية بالنسبة إلى اختيار حجم النافذة:
 - صغير جداً: أغلب الحجم سيُكون فارغاً، والتخمين $p_n(x)$ سيُكون مضلل جداً.
 - كبير جداً: الاختلافات المهمة قد تُفقد ونكون بحاجة لأخذ المعدل.
- قد يكون الحالة التي بها حجم الخلية المخصّصة لمنطقة واحدة من فضاء الميزات قد تكون غير مناسبة كلياً في مناطق مختلفة.

Kn - تقدير الجار الأقرب

لتخمين $p(x)$ من عدد n من عينات التدريب، نُمرّكُ خلية حول x وننوّكها نثمو حتى تُأسرُ العينات kn . حيث أن kn تعتبر الدالة المحدّدة لـ n . هذه العينات هي kn - الجيران الأقرب لـ x . إذا الكثافة عاليةً قُرب x ، فإن الخلية ستُكون صغيرة نسبياً وهذا بدوره سيؤدي إلى القرار الجيد.

إذا أخذنا $p_n(x) = \frac{k_n/n}{V}$ و نريد أن $k_n \rightarrow \infty$ عندما يكون التخمين جيد من الاحتمال الذي به النقطة سنقع في الخلية. لكن kn يجب أن يتزايد ببطء بما فيه الكفاية بحيث أن حجم الخلية يأسر (يغطي) العينات kn التي بدورها ستتكشف إلى صفر.

$$k_n = \sqrt{n}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} k_n / n \rightarrow 0$$

وهكذا تحقق الشرط : ضروري وكافي له $p_n(x)$ للتلاقي مع $p(x)$ إذا ، و
يفترض بأن $p_n(x)$ هو تقريب جيد لـ $p(x)$ وافضل من $V_n \approx V_1/\sqrt{n}$ لكن مع $V_1 = 1/p(x)$ محدّد بطبيعة البيانات.

مقارنة مقدري الكثافة

- تتطلب تخمينات نافذة Parzen تخزين كل الملاحظات و عدد n من تقييمات دالة اللب لكل تخمين، والذي يعتبر غالي بشكل حسابي.
- يتطلب الجار الأقرب تخزين كل الملاحظات أيضاً.
- تخمينات المخطط الإحصائي لا تتطلب التخزين لكل الملاحظات، بينما يتطلب تخزيناً لوصف الصناديق. لكن بالنسبة للمخطط الإحصائي البسيط، فإن عدد الصناديق يتزايد تصاعدياً مع تزايد بُعد فضاء الملاحظة.

التصنيف مع k - الجار الأقرب و نافذة Parzen: تقدير الاحتمالات الإستدلالي

k nn (لب الجار الأقرب) و نافذة Parzen - تعتبر تقنيات يمكن أن تستعمل لتخمين الاحتمالات الإستدلالي ، $P(\omega_i | \mathbf{x})$ من مجموعة من عدد n من العينات المعرفة. نفترض بأننا نصنع خلية من الحجم V حول \mathbf{x} و رأس عدد k من العينات حسب التالي:

• k_i يعرف w_i

• $k_i - k$ عنده علامات أخرى.

التخمين البسيط للإحتمال المشترك $p(\mathbf{x}, \omega_i)$ هو التالي:

$$p_n(\mathbf{x}, \omega_i) = \frac{k_i / n}{V}$$

التخمين المعقول لـ $P(\omega_i | \mathbf{x})$ هو التالي:

$$P_n(\omega_i | \mathbf{x}) = \frac{p_n(\mathbf{x}, \omega_i)}{\sum_{j=1}^c p_n(\mathbf{x}, \omega_j)} = \frac{k_i}{k}$$

إن تخمين الإحتمال الإستدلالي الذي ω_i هو الحالة الطبيعية : مجرد تقسيم العينات ضمن الخلية المعرفة لـ ω_i . لنسبة الخطأ الدنيا، نختار الصنف الأكثر تمثيلاً ضمن الخلية. في هذا المصنف و في مرحلة التعلم لا يمكن عمل أي شيء (فقط الحصول على نقاط العينات)، وفي مرحلة التصنيف ببساطة نحسب ترددات الأصناف المختلفة. هذا المصنف يدعى المصنف اللحظي المستند على التعليم.

التصنيف بقاعدة الجار الأقرب

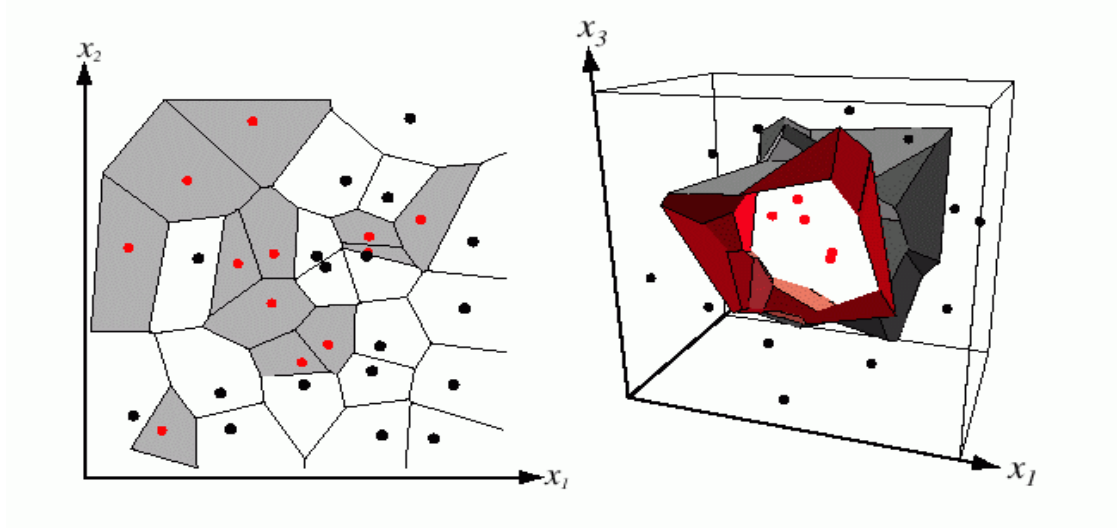
لنفترض ان $D^n = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}$ نحل على المجموعة من عدد n من النماذج المعرفة ونفترض ان $\mathbf{x}' \in D^n$ ، يكون النموذج الأقرب إلى a نقطة إختبار \mathbf{x} . فإن قاعدة الجار الأقرب: تُخصّص علامة \mathbf{x} to \mathbf{x} هذه القاعدة مثالية بشكل ثانوي، لكن عندما يكون عدد النماذج كبير فإن خطأها يبدأ ليس أسوأ من مرتين من نسبة Bayes. هذا القاعدة تقسم فضاء الميزات إلى الخلايا التي تشمل كل النقاط الأقرب إلى نقطة التدريب المعطاة \mathbf{x}' من إلى أي نقاط تدريب أخرى. كل النقاط في مثل هذه الخلية هي النقاط المعرفة بصنف نقطة التدريب - والتي تسمى ترصيع Voronoi بالفسيفاء لفضاء التدريب.

الإستفسار k nn يبدأ في نقطة الإختبار وي زيد المنطقة الكروي حتى تغلق عدد k من عينات التدريب، وهي تعرف بقرار أغلبية هذه العينات.

الخوارزمية لتنفيذ المناقش اعلاه هي التالي:

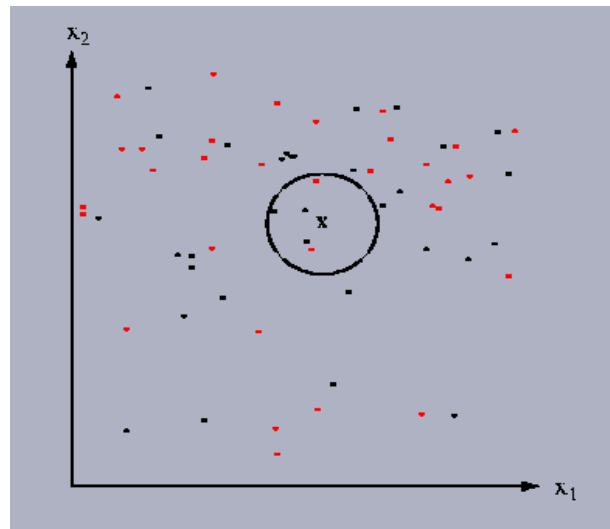
- لكل نقطة عينات
- نحسب المسافة بين نقطة العينات و نقطة الإختبار
- نصنف المسافات
- نقش عن عدد k من المسافات الأصغر

- تُعرف نقطة الإختبار بقرار الأغلبية.



الرسم رقم 37.

خلايا Voronoi



الرسم رقم 38.

السؤال.

إذا كانت الإحتمالات الإستدلاليّة $P(w_i | \mathbf{x})$, $i=1,2$ لصنفيين معروفة، على سبيل المثال:

$$P(\omega_1 | \mathbf{x}) > P(\omega_2 | \mathbf{x})$$

اذن ماهو إحتمال إختيَار الصنف $w1$ بطريقة Bayes، الجار الأقرب (NN)، (k nn) مصنف لب الجار الأقرب؟
الجواب:

- Bayes: دائماً 1 w
- الجار الأقرب (NN): $P(w|x)$
- K-nn:

$$\sum_{i=(k+1)/2}^k \binom{k}{i} P(\omega_1 | \mathbf{x})^i (1 - P(\omega_1 | \mathbf{x}))^{k-i}$$

تحليل المكوّن و التميز

يمكن تخفيف مشكلة الابعاد المفرطة بجمع (ضم) الميزات. تعتبر الطرق الخطية البيانات عالية البعدية لفضاء أقل بعدية.

تحليل المكوّنات الرئيسي (PCA) – يُبحث عن التقدير الأفضل الذي يُمثل البيانات في الإحساس المربع - الأقل. التميز الخطي – يُبحث عن التقدير الأفضل الذي يفصل البيانات في الإحساس المربع - الأقل.

تحليل المكوّنات الرئيسي (PCA)

لنُفكّر عدد n من عينات الموجه ذو الابعاد-d $\{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}$ باستخدام الموجه الوحيد \mathbf{x}_0 نبحث عن \mathbf{x}_0 الذي يقلل مربع خطأ دالة التصحيح:

$$J_0(\mathbf{x}_0) = \sum_{k=1}^n \|\mathbf{x}_0 - \mathbf{x}_k\|^2.$$

إنّ الحلّ هو متوسط العينة

$$\mathbf{x}_0 = \mathbf{m} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbf{x}_k$$

هذا تمثيل بعدد - صفر من مجموعة المعلومات. التمثيل الأحادي البعد، يكشف التغير في البيانات، بتسليط البيانات على الخط الذي يمرّ عبر متوسط العينة. لنفترض ان \mathbf{e} هي الموجه الأحادي في اتجاه الخط. كما هو معلوم فإن معادلة الخط:

$$\mathbf{x} = \mathbf{m} + a\mathbf{e}$$

تمثيل \mathbf{x}_k ب $\mathbf{m} + a_k\mathbf{e}$ تجد a_k المجموعة المثالي التي تخفض دالة المعيار:

$$J_1(a_1, \dots, a_n, \mathbf{e}) = \sum_{k=1}^n \|\mathbf{m} + a_k\mathbf{e} - \mathbf{x}_k\|^2. \quad (2)$$

$$\frac{\partial J_1}{\partial a_k} = 0 \quad \text{من}$$

$$a_k = \mathbf{e}^t (\mathbf{x}_k - \mathbf{m}) \quad (3) \quad \text{نجد التالي:}$$

الحلّ المربع الأقل: يُسلط الموجه \mathbf{x}_k على الخط في الاتجاه \mathbf{e} ، الذي يعبر متوسط العينة.

المصفوفة المبعثرة

لإيجاد أفضل اتجاه ل \mathbf{e} ، نعرّف المصفوفة المبعثرة S. هي مصفوفة تغيّر (إختلاف) العينات بموقت (n-1).

$$\mathbf{S} = \sum_{k=1}^n (\mathbf{x}_k - \mathbf{m})(\mathbf{x}_k - \mathbf{m})^t.$$

بلستبدال (3) إلى (2) نجد التالي:

$$\begin{aligned} J_1(\mathbf{e}) &= \sum_{k=1}^n a_k^2 \|\mathbf{e}\|^2 - 2 \sum_{k=1}^n a_k \mathbf{e}^t (\mathbf{x}_k - \mathbf{m}) + \sum_{k=1}^n \|\mathbf{x}_k - \mathbf{m}\|^2 \\ &= \sum_{k=1}^n a_k^2 - 2 \sum_{k=1}^n a_k + \sum_{k=1}^n \|\mathbf{x}_k - \mathbf{m}\|^2 = - \sum_{k=1}^n [\mathbf{e}^t (\mathbf{x}_k - \mathbf{m})]^2 + \sum_{k=1}^n \|\mathbf{x}_k - \mathbf{m}\|^2 \\ &= - \sum_{k=1}^n \mathbf{e}^t (\mathbf{x}_k - \mathbf{m})(\mathbf{x}_k - \mathbf{m})^t \mathbf{e} + \sum_{k=1}^n \|\mathbf{x}_k - \mathbf{m}\|^2 \\ &= -\mathbf{e}^t \mathbf{S} \mathbf{e} + \sum_{k=1}^n \|\mathbf{x}_k - \mathbf{m}\|^2 \end{aligned}$$

الموجه e الذي يُقلَّل $J1$ و يُزَيِّد $e'Se$ أيضا. لذا نحن نَجِدُ e ، الذي يُزَيِّد $e'Se$ والخاضع للشرط $\|e\|=1$. لنفترض ان λ هي مضاعفة لاغرانتج. فإن الفرق $u = e'Se - \lambda e'e$ فيما يتعلق بـ e يعطى بالصيغة التالية:

$$\partial u / \partial e = 2Se - 2\lambda e$$

بوضع النتيجة لقيمة الصفر نرى بأن الموجه e مرتبط بـ S حسب التالي:

$$Se = \lambda e$$

$$e'Se = \lambda$$

لذا لزيادة $e'Se$ نأخذ القيمة الاعلى لـ λ . إنَّ النتيجة يمكن ان توسع بسهولة لتسقط على 'd متعدد الابعاد:

$$\mathbf{x} = \mathbf{m} + \sum_{i=1}^{d'} a_i^i \mathbf{e}_i \quad \text{where} \quad d' \leq d$$

و دالة المعيار المعطاة حسب الصيغة التالية:

$$J_{d'} = \sum_{k=1}^n \left\| \left(\mathbf{m} + \sum_{i=1}^{d'} a_k^i \mathbf{e}_i \right) - \mathbf{x}_k \right\|^2$$

تتضائل قيمتها عندما تكون الموجهات $e_1, e_2, \dots, e_{d'}$ مرتبطة ولها قيم مرتبطة وعالية فيجب هنا ملاحظة إنَّ المعاملات $a_k^i = \mathbf{e}_i^t (\mathbf{x}_k - \mathbf{m})$ هي مكونات رئيسية. وان التحويل إلى المجموعة الناتجة للإحداثيات تُدعى تحويلات Karhunen Loeve أو تحويلات Hotelling.

دالة الخطأ

إذا $d' < d$ فإن الخطأ الذي يمكن ان يكون بإسقاط الشروط الأخيرة يعطى بالصيغة التالية:

$$\begin{aligned} J_{d'} &= \sum_{k=1}^n \left\| \sum_{i=d'+1}^d a_k^i \mathbf{e}_i \right\|^2 \\ &= \sum_{i=d'+1}^d \mathbf{e}_i^t \sum_{k=1}^n (\mathbf{x}_k - \mathbf{m})(\mathbf{x}_k - \mathbf{m})^t \mathbf{e}_i \\ &= \sum_{i=d'+1}^d \mathbf{e}_i^t S \mathbf{e}_i = \sum_{i=d'+1}^d \lambda_i \end{aligned}$$

وهذا يعتبر مجموع القيم المرتبطة الاقل.

تحليل المكونات الرئيسية - الخوارزمية

المُدخل: $X^{(n)} = \{\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n\}$, $\mathbf{x}_i = \langle x_1^i, \dots, x_d^i \rangle$

لنفترض ان $d' < d$ فإن الناتج المتوقع سيكون التالي: $A^{(n)} = \{\mathbf{a}_1, \dots, \mathbf{a}_n\}$ $\mathbf{a}_i = \{a_1^i, \dots, a_{d'}^i\}$ عليه يمكن اعتماد الخوارزمية التالية:

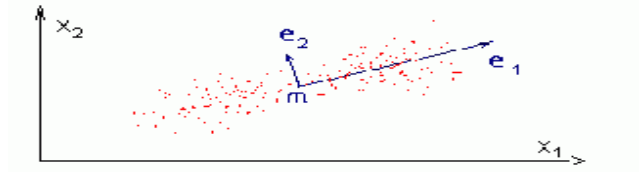
$$\mathbf{m} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \mathbf{x}_k.$$

- نحسب متوسط مجموعة التدريب
 - نحسب مصفوفة البعثة S .
 - نبحث عن الموجهات المرتبطة بـ S والقيم المرتبطة المطابقة:
- $$S\{\mathbf{e}_i, \lambda_i\}_{i=1}^d, \forall i: \mathbf{S}\mathbf{e}_i = \lambda_i \mathbf{e}_i, \lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \lambda_d$$
- نختار عدد d' من الموجهات المرتبطة، ولكل نقطة عينات \mathbf{x}_i نحسب التالي:

$$\mathbf{a}^i = \{\mathbf{e}_i^T (\mathbf{x}_i - \mathbf{m})\}_{i=1}^{d'}$$

تحليل المكونات الرئيسي - التجميع

مثال:

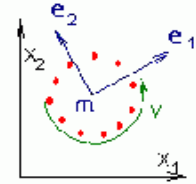


الرسم رقم 39.

نلاحظ ان مركز منظومة الاحداثيات الجديد تم سحبه إلى متوسط العينة. إذا اردنا تجميع البيانات، من الأفضل أن نعمل ذلك على طول الاتجاه (S) بالإخلاف الأعلى - ذلك الذي، على طول المكون الرئيسي (S). من الرسم في المثال الوارد اعلاه نرى بشكل واضح عنقودين (تجمعين) على طول e_1 ، بينما e_2 لا يزودنا بمعلومات كثيرة عن تركيب البيانات.

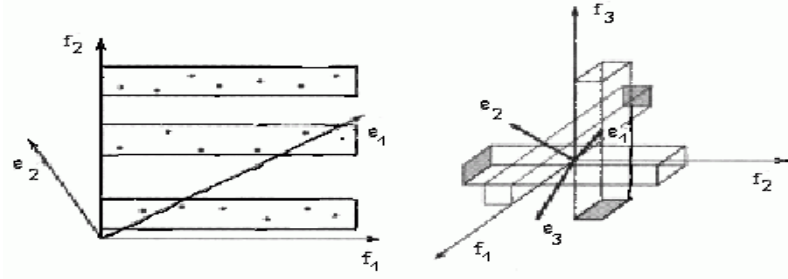
تقديرات تحليل المكونات الرئيسية

لفترض انه لدينا بيانات ذات الخمسة ابعاد، وبعد تطبيق تحليل المكونات الرئيسي نجد ان القيم المرتبطة لمصفوفة التباين هي التالية: 300,278، 260,12,10. بشكل واضح، نحن يمكن أن نُمثل أكثر المعلومات حول البيانات بالموجهات الثلاثة المرتبطة الأولى؛ وعليه يمكن ان نقول بأن البعدية الفعالة للبيانات هي الثلاثية الابعاد. لكن ماذا عن هذا المثال:



الرسم رقم 40.

هنا البعد الفعال هو البعد الاحادي، لكن تحليل المكونات الرئيسية يكتشف بُعد م يشاويين. والسبب ان تحليل المكونات الرئيسية هو طريقة خطية، غير قادرة على اكتشاف التركيب اللاخطي. في جهة اليسار لدينا، بيانات ثنائية الابعاد والتي لها 3 عنقود (تجمعات) من اثنين من الموجهات المرتبطة.

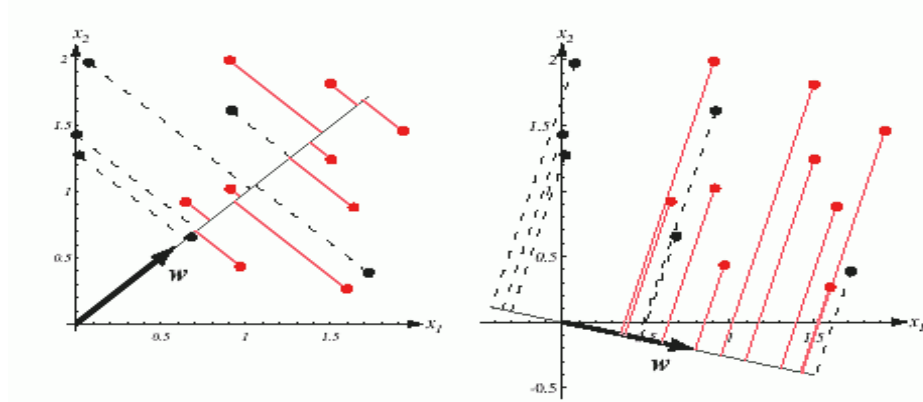


الرسم رقم 41.

بتحليل المكونات الرئيسية يتبين بأن λ_1 هو الأكبر، وأن λ_2 ليس بعيداً عنه، لذا نحن لم نُخفِض البعدية. بالإضافة إلى أنه، هذه ليست الاتجاهات التي على طولها يمكن ان تكتشف العناقيد بسهولة. في الجهة اليمنى لدينا بيانات ثلاثية الابعاد لها ثلاث عناقيد (كل واحد منها يقع في فضاء ثانوي مختلف). هنا، أيضاً، القيم المرتبطة، التي تم ايجادها بمساعدة تحليل المكونات الرئيسية لا تساعد على تخفيض البعدية ولا على إكتشاف العناقيد. المشكلة الأخرى بتحليل المكونات الرئيسية هي بأن مقياس كل الأبعاد يجب أن يكون متساوي (إذا كانت قيم المكون الأول ضمن القيم التالية 0-1000000 بينما قيم المكون الثاني ضمن 50-60، فان تحليل المكونات الرئيسية سيتجاهل البعد الثاني تقريباً بالكامل، رغم أنه قد يكون أكثر أهمية).

التمييز الخطي

لنفترض انه لدينا عدد n من العينات ذات العدد d من الابعاد x_1, \dots, x_n تقع في المجموعة الثانوية D_1 ، والمعروفة بـ w_1 و n_2 في المجموعة الثانوية D_2 ، والمعروفة بـ w_2 . المطلوب ايجاد اتجاه من الخط w ، الذي يفصل البيانات بشكل اكبر.



الرسم رقم 42.

لنفترض ان إختلاف متوسط العينة يكون هو المقياس لتقسيم (التصنيف) النقاط المسقط. ان العينات x المسقطة على w تحسب بالصيغة التالية:

$$y_j = w^T x_j$$

عدد n من العينات y_i تنقسم إلى مجموعتين ثانوية Y_1 و Y_2 . لنفترض ان m_i هو متوسط العينة

$$m_i = \frac{1}{n_i} \sum_{x \in D_i} x$$

فان متوسط العينة للنقاط المتوقعة هو:

$$\tilde{m}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{y \in Y_i} y = \frac{1}{n_i} \sum_{\mathbf{x} \in D_i} \mathbf{w}^t \mathbf{x} = \mathbf{w}^t \mathbf{m}_i$$

والمسافة بين المتوسطات المُتَوَقَّعة هي :

$$|\tilde{m}_1 - \tilde{m}_2| = |\mathbf{w}^t (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)|$$

ومصفوفة الهعثرة للعينات المُتَوَقَّعة المعرفة بـ \mathbf{w} هي التالية:

$$\tilde{s}_i^2 = \sum_{y \in Y_i} (y - \tilde{m}_i)^2$$

حيث ان $(1/n)(\tilde{s}_1^2 + \tilde{s}_2^2)$ هو تخمينُ الإخلاف للبيانات المَجْمُوعة و $\tilde{s}_1^2 + \tilde{s}_2^2$ يُدعى المجموع ضمن بعثرة الصنف المُتَوَقَّع للعينات. يَستَخدمُ التمييز الخطي $\mathbf{w}^t \mathbf{x}$ للمعيار الذي يعتبر اعظمي:

$$J(\mathbf{w}) = \frac{|\tilde{m}_1 - \tilde{m}_2|^2}{\tilde{s}_1^2 + \tilde{s}_2^2}$$

نعرّف مصفوفات البعثرة S_i و S_w حسب الصيغ التالية:

$$S_i = \sum_{\mathbf{x} \in D_i} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^t$$

$$S_w = S_1 + S_2$$

ثم نحسب:

$$\tilde{s}_i^2 = \sum_{\mathbf{x} \in D_i} (\mathbf{w}^t \mathbf{x} - \mathbf{w}^t \mathbf{m}_i)^2 = \sum_{\mathbf{x} \in D_i} \mathbf{w}^t (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)^t \mathbf{w} = \mathbf{w}^t S_i \mathbf{w}$$

$$\tilde{s}_1^2 + \tilde{s}_2^2 = \mathbf{w}^t S_w \mathbf{w}$$

بنفس الطريقة نحسب التالي:

$$(\tilde{m}_1 - \tilde{m}_2)^2 = (\mathbf{w}^t \mathbf{m}_1 - \mathbf{w}^t \mathbf{m}_2)^2 = \mathbf{w}^t (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)^t \mathbf{w} = \mathbf{w}^t S_B \mathbf{w}$$

حيث S_w تُدعى مصفوفة الهعثرة ضمن الصنف (وتعتبر متناسبة مع مصفوفة تغاير العينات) $S_B = (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)^t$ تُدعى مصفوفة الهعثرة بين الاصناف. هذا يعطي التعبير المكافئ للتمييز الخطي:

$$J(\mathbf{w}) = \frac{\mathbf{w}^t S_B \mathbf{w}}{\mathbf{w}^t S_w \mathbf{w}}$$

والذي يقوم الموجه \mathbf{w} بتكديته

$$\nabla_{\mathbf{w}} J(\mathbf{w}) = \frac{2S_B \mathbf{w}}{\mathbf{w}^t S_w \mathbf{w}} - \frac{\mathbf{w}^t S_B \mathbf{w}}{\mathbf{w}^t S_w \mathbf{w}} \frac{2S_w \mathbf{w}}{\mathbf{w}^t S_w \mathbf{w}} = 0$$

هذا يعطينا التالي:

$$S_B \mathbf{w} = \lambda S_w \mathbf{w}, \quad \lambda = \frac{\mathbf{w}^t S_B \mathbf{w}}{\mathbf{w}^t S_w \mathbf{w}},$$

أو بشكل مكافئ:

$$S_w^{-1} S_B \mathbf{w} = \lambda \mathbf{w},$$

حيث انه و لأي \mathbf{w} ، $S_B \mathbf{w}$ هي دائماً في إتجاه $\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2$: هذا يعطي الصيغة التالية:

$$S_B \mathbf{w} = (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)^t \mathbf{w} = \alpha (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)$$

مع العلم انه ليس من الضروري تحديد القيم المترابطة لـ $S_W^{-1} S_B$. مما يؤدي ببساطة الى :

$$w \propto S_W^{-1} (m_1 - m_2)$$

يتضح هنا ان عامل المقياس لـ w غير مهم والسؤال هنا لماذا؟ و لإلام تم التوصل هنا؟ الحل العام هو التحوّل من مشكلة تعددية الهديّة إلى أحادية البعد. والمتطلبات الاساسية هي تثبيت العتبة لتعريف المُصنّف. عليه يمكن القول انه إذا كانت توزيعات الصنف الشرطية $p(x | \omega_i)$ هي متعددة التغيرات الطبيعي مع مصفوفات التغيرات المساوية Σ نحن يُمكن أن نحسب العتبة مباشرة. في هذه الحالة يمكن حساب حدّ القرار الأمثل للمعادلة التالية:

$$w_{i0} = \frac{-1}{2} \mu_i' \Sigma^{-1} \mu_i + \ln P(\omega_i)$$

حيث: $w'x + w_0 = 0$

$$w = \Sigma^{-1} (\mu_1 - \mu_2), \quad w_0 = w_{10} - w_{20}$$

وهكذا، فإن إتجاه التقدير $(\mu_1 - \mu_2)$ هنا هو إتجاه التمييز في μ_1 و μ_2 إلى $x_0 = \frac{1}{2} (\mu_1 + \mu_2)$ - المثالي. بناءً على هذا يمكن اعتبار انه للوضع الطبيعي، وفي حالة التغيرات الم يساوي، فإن قاعدة القرار الأمثل تتمثل بالتالي : نعلم 1 w فيما إذا التمييز الخطي يتجاوز العتبة، و نعلم 2 w فيها عدا ذلك. من الواضح، عموماً ان الاسقاط إلى فضاء أحادي البعد قد يَنبُذُ بعض المعلومات ذات العلاقة مما يؤدي بدوره لعدم امكانية إنجاز أداء Bayes المثالي. رغم ذلك فان صعوبة المشكلة تُخَفِّضُ بشكل كبير بالاسقاط إلى البعد الواحد.

تحليل التمييز المتعدد

لعدد c من مشكلة الصنف لدينا عدد $c-1$ من دوال التمييز. الاسقاط من فضاء ذو العدد d من الابعاد إلى عدد $(c-1)$ a من الابعاد يتم باستخدام عدد $(c-1)$ من دوال التمييز (طبعاً نحن نفترض بأن $d \geq c$). هذا يسمح لنا بالقول بأن مصفوفة البعثة ضمن الصنف هي التالية:

$$S_w = \sum_{i=1}^c S_i$$

$$S_i = \sum_{x \in D_i} (x - m_i)(x - m_i)^t \quad \text{حيث}$$

$$m_i = \frac{1}{n_i} \sum_{x \in D_i} x \quad \text{و}$$

$$m = \frac{1}{n} \sum_x x = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^c n_i m_i \quad \text{بعد ذلك نعرّف الموجه المتوسط الكلي:}$$

$$S_T = \sum_x (x - m)(x - m)^t \quad \text{ومصفوفة البعثة الكلية:}$$

$$S_T = \sum_{i=1}^c \sum_{x \in D_i} (x - m_i + m_i - m)(x - m_i + m_i - m)^t \quad \text{هـ هذا يُمكن أن يُحوّل إلى الشكل التالي:}$$

$$= \sum_{i=1}^c \sum_{x \in D_i} (x - m_i)(x - m_i)^t + \sum_{i=1}^c \sum_{x \in D_i} (m_i - m)(m_i - m)^t$$

$$= S_W + \sum_{i=1}^c n_i (m_i - m)(m_i - m)^t = S_W + S_B$$

ومصفوفة البعثة بين الاصناف تكون التالية:

$$S_B = \sum_{i=1}^c n_i (m_i - m)(m_i - m)^t$$

دوال التمييز المذكورة اعلاه تعطى بالصيغة التالية: $y_i = \mathbf{w}_i' \mathbf{x} \quad i = 1, \dots, (c-1)$

بَلْخُذْ مصفوفة $W = (c-1) * d$ ، حيث ان الأعمدة بهذه المصفوفة هي الموجهات \mathbf{w}_i التي سنستخدمها بصيغة المصفوفة:

$$\mathbf{y} = \mathbf{W}' \mathbf{x}$$

العينات $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$ تُسَرِّقُ عَلَى $\mathbf{y}_1, \dots, \mathbf{y}_n$ و تُعَرَّفُ المعادلة التالية:

$$\tilde{\mathbf{m}}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{\mathbf{y} \in Y_i} \mathbf{y} \quad , \quad \tilde{\mathbf{m}} = \frac{1}{n} \sum_{\mathbf{y} \in Y_i} n_i \tilde{\mathbf{m}}_i$$

$$\tilde{\mathbf{S}}_W = \sum_{i=1}^c \sum_{\mathbf{y} \in Y_i} (\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{m}}_i)(\mathbf{y} - \tilde{\mathbf{m}}_i)' \quad \tilde{\mathbf{S}}_B = \sum_{i=1}^c n_i (\tilde{\mathbf{m}}_i - \tilde{\mathbf{m}})(\tilde{\mathbf{m}}_i - \tilde{\mathbf{m}})'$$

من السهل رؤية ان: $\tilde{\mathbf{S}}_B = \mathbf{W}' \mathbf{S}_B \mathbf{W}$ and $\tilde{\mathbf{S}}_W = \mathbf{W}' \mathbf{S}_W \mathbf{W}$

وان دالة المعيار الخاصة بالتصنيف و التي يَجِبُ أَنْ تكون اعظمية هي التالية:

$$J(\mathbf{W}) = \frac{|\tilde{\mathbf{S}}_B|}{|\tilde{\mathbf{S}}_W|} = \frac{|\mathbf{W}' \mathbf{S}_B \mathbf{W}|}{|\mathbf{W}' \mathbf{S}_W \mathbf{W}|}$$

كُلَّ عمود \mathbf{w}_i من \mathbf{W} يَجِبُ أَنْ يَكُونَ حَلًّا لمشكلة القيم المترابطة المُعَمَّمة:

$$\mathbf{S}_B \mathbf{w}_i = \lambda_i \mathbf{S}_W \mathbf{w}_i$$

يُزَوَّدُ تحليل التمييز المتعدد بطريقة تخفيض تعددية ابعاد المشكلة. التقنية لإيجاد الإحتمالية، التي قَدْ لا تُكُونُ عملية في الفضاء الأصلي قَدْ تَعْمَلُ بشكل جيد بعد تخفيض بُعد فضاء الميزات.

دوال التمييز الخطية

النظري السابقة بخصوص التعلّم المُشَرَفِ عليه (نظري العوامل) قامت على التالي:

- إفتراض بأن شكل كثافات الإحتمال التحتية م عُرِفَ.
- استعمال عينات التدريب لتُخَمِّنَ قيم العوامل الخاصة بهم.
- التعرّفُ بدالة التمييز بحيث تعطي التالي:

$$g_i(x) = P(\omega_i | x) \quad \bullet \quad \text{حالة الخطأ الدنيا:}$$

- الحالة العامة مع المجازفة المتوقعة (الخطر):

$$g_i(x) = -R(\alpha_i | x) = -\sum_{j=1}^c \lambda(\alpha_i | \omega_j) P(\omega_j | x)$$

بالنسبة للكثافة الطبيعية فانه يتم تحديد الدوال حسب نوعية التمييز خطي او لاخطي:
إذا كان $\Sigma_i = \Sigma$ فاننا نستخدم دوال التمييز الخطية.

إذا كان Σ_i إعتباطي فاننا نستخدم دوال تمييز ذات معادلة متعددة الحدود من الدرجة الثانية.

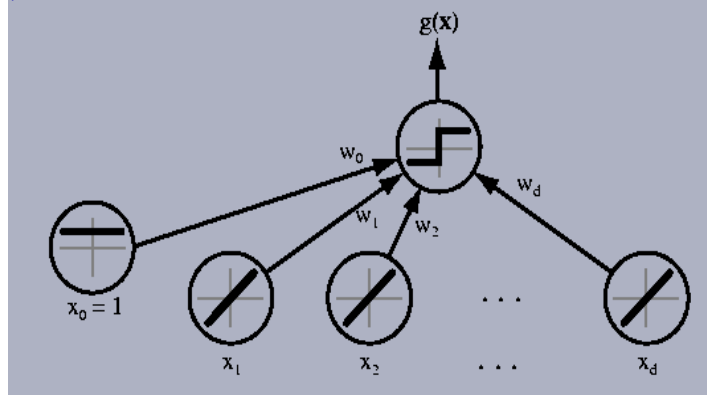
في هذه الباب نفترض بأننا نعرف الشكل الصحيح لإدالة التمييز، ونستعمل العينات لتخمين العوامل. هذه النظري لا تتطلب معرفة أشكال ملفات البيانات التحتية. فسنعبر دوال التمييز الخطية فقط. حيث ان دوال التمييز الخطية سهلة نسبياً للحساب.

دوال التمييز الخطية و اتخاذ القرار - حالة الصنفين

دالة التمييز الخطية يمكن أن تكتب كالتالي:

$$g(\mathbf{x}) = w_1 x_1 + \dots + w_d x_d = \mathbf{w}' \mathbf{x} + w_0$$

حيث ان $w =$ وزن الموجه ، $w_0 =$ التحيز أو العتبة
(في الابواب القادمة نحن سنطلق عليها اسم b لكي تكون قريبة من المصطلحات المستخدمة)
المصنف الخطي لصنفين يطبق قاعدة القرار التالية:
يحدد w_1 إذا $g(x) > 0$ و w_2 إذا $g(x) < 0$.



الرسم رقم 43.

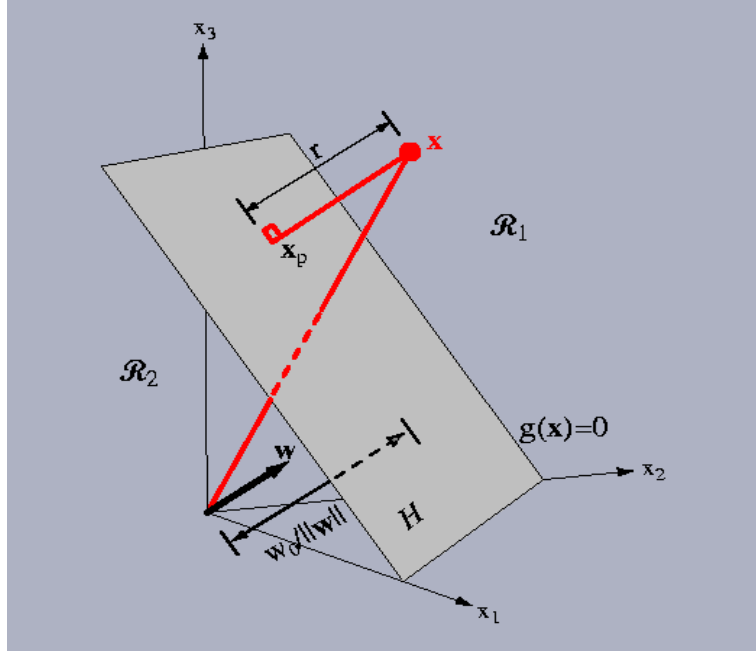
المصنف الخطي البسيط:

المعادلة $g(x) = 0$ تعرف سطح القرار الذي يفصل النقاط المخصصة إلى w_1 من النقاط المخصصة إلى w_2 .
عندما تكون المعادلة $g(x)$ خطية، فان سطح القرار هو المستوي الكبير H . H يقسم فضاء الميزات إلى عدد 2 من انصاف الفضاءات: R_1 و R_2 ، w_1 و w_2 . إذا كان x_1 و x_2 كل منهم يقع على سطح القرار فيمكن اعتبار التالي:

$$\mathbf{w}' \mathbf{x}_1 + w_0 = \mathbf{w}' \mathbf{x}_2 + w_0$$

$$\mathbf{w}' (\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2) = 0$$

w يعتبر طبيعي بالنسبة إلى أي موجه يقع ضمن المستوي الكبير.



الرسم رقم 44.

إذا عبرنا عن x كالتالي:

$$\mathbf{x} = \mathbf{x}_p + r \frac{\mathbf{w}}{\|\mathbf{w}\|}$$

حيث أن x_p هي الإسقاط (التقدير) الطبيعي لـ x على H ، و r هي المسافة الجبريَّة من x إلى المستوى الكبير. مع العلم أن $g(x_p) = 0$ ، فإنه يكون عندنا التالي:

$$g(\mathbf{x}) = \mathbf{w}'\mathbf{x} + w_0 = r \|\mathbf{w}\|$$

أو

$$r = \frac{g(\mathbf{x})}{\|\mathbf{w}\|}$$

حيث أن r هي المسافة المشيرة وتكون لها القيم التالية: $r > 0$ إذا x تقع في R_1 ، $r < 0$ إذا x تقع في R_2 . المسافة من الأصل إلى المستوى الكبير تحسب كالتالي: $w_0/\|\mathbf{w}\|$.

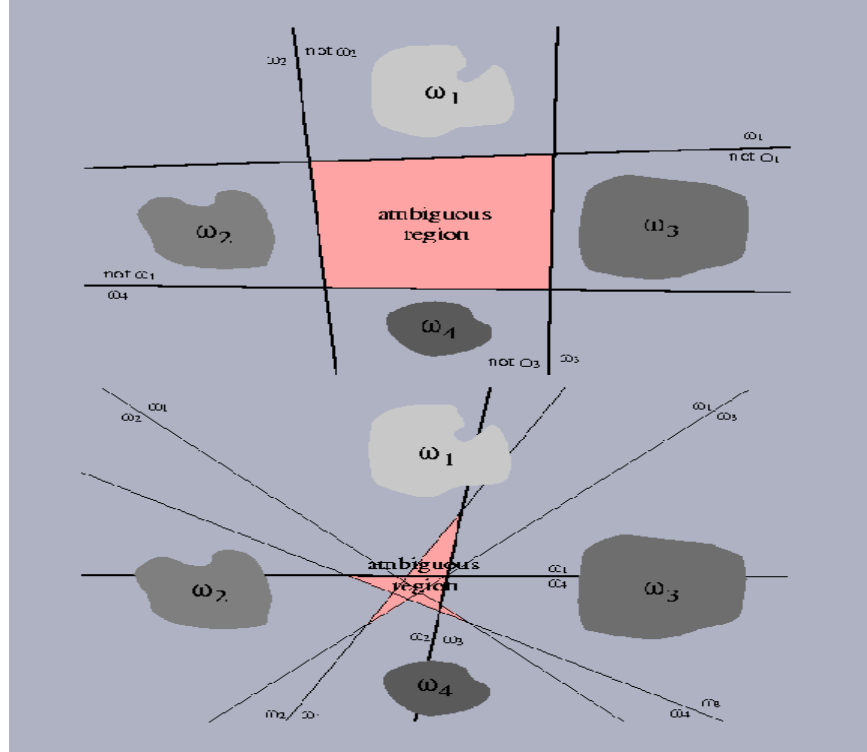
حالة متعدد الأصناف

هناك نظريتان لتوسيع مبدأ دوال التمييز الخطية لتقترَّب إلى حالة متعدد الأصناف وهي التالية:

- الأولى تتمثل بتخفيض المشكلة إلى عدد $C-1$ من المشاكل ذات الصنفين: عليه تكون المشكلة المتسلسلة $I \#$ تتلخص بايجاد الدوال التي تفصل النقاط المخصَّصة إلى I من تلك التي ليسَت مخصَّصة إلى i إلى w_i .
 - الثانية تتمثل بايجاد مميز خطي $(c-1)/2$ ، واحد لكل زوج من الأصناف.
- كل من النظريتين يُمكن أن تُؤدِّي إلى المناطق التي يكون فيها التصنيف غير معروف (انظر الرسم).

$\omega_i / \text{not } \omega_i$

ω_i / ω_j



الرسم رقم 45: الانقسام

تعرّف عدد c من دوال التمييز الخطية:

$$g_i(\mathbf{x}) = \mathbf{w}_i' \mathbf{x} + w_{i0} \quad i = 1, \dots, c$$

المصنف: يتم التصنيف حسب القاعدة التالية:

$$\mathbf{x} \in \omega_i \text{ if } g_i(\mathbf{x}) > g_j(\mathbf{x}) \text{ for all } i \neq j$$

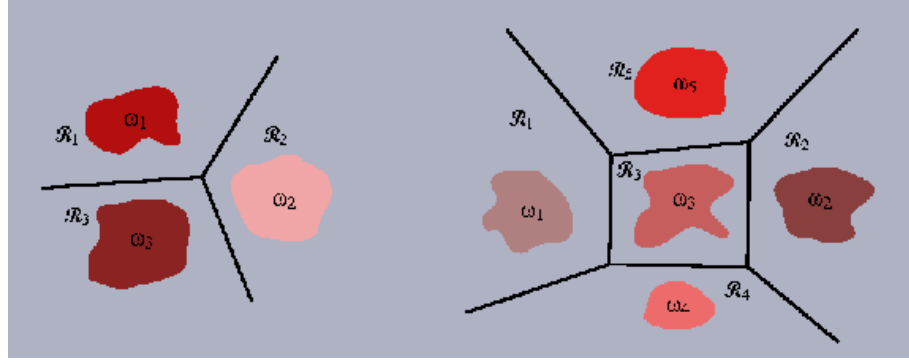
في حالة الأعداد الكبيرة لعناصر مجموعة التمييز فإن التصنيف يُترك غير معرف. المصنف الناتج يُدعى الآلة الخطية. الآلة الخطية تُقسّم فضاء الميزات إلى عدد c من مناطق إتخاذ القرار، مع $g_i(\mathbf{x})$ على أن يكون المميز الأكبر بشرط أن \mathbf{x} تقع في المنطقة R_i . إذا R_i و R_j متاخمين لبعضهم البعض فإن الحد بينهم هو جزء من المستوي H_{ij} و المعرّف بالصيغة التالية:

$$g_i(\mathbf{x}) = g_j(\mathbf{x}), \quad \text{or} \quad (\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_j)' \mathbf{x} + (w_{i0} - w_{j0}) = 0.$$

يترتب على ذلك أن $(\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_j)$ هي التوزيع الطبيعي إلى H_{ij} . وتكون المسافة المُوقَّعة من \mathbf{x} إلى H_{ij} مُعطية بالصيغة التالية:

$$(g_i(\mathbf{x}) - g_j(\mathbf{x})) / \|\mathbf{w}_i - \mathbf{w}_j\|$$

هناك عدد $(c-1)/2$ من أزواج المناطق والتي لها اشكال محدبة، فليُسرَت كُلّ المناطق في الحياة الحقيقية متاخمة، العدد الكلي لأقسام المستوي الكبير يظهر في سطوح القرار أقل في أغلب الأحيان من $(c-1)/2$.



الرسم رقم 46. حدود القرار: مشكلة 5 اصناف، مشكلة 3 اصناف

دوال التمييز الخطية المعممة

دالة التمييز الخطية $g(x)$ يُمكن أن تُكتب حسب الصيغة التالية:

$$g(\mathbf{x}) = w_0 + \sum_{i=1}^d w_i x_i$$

بإضافة عدد $(d+1)/2$ من الشروط الإضافية التي تتضمن مُنتجات أزواج من مكونات x ، نحصل على دالة تمييز من الدرجة الثانية:

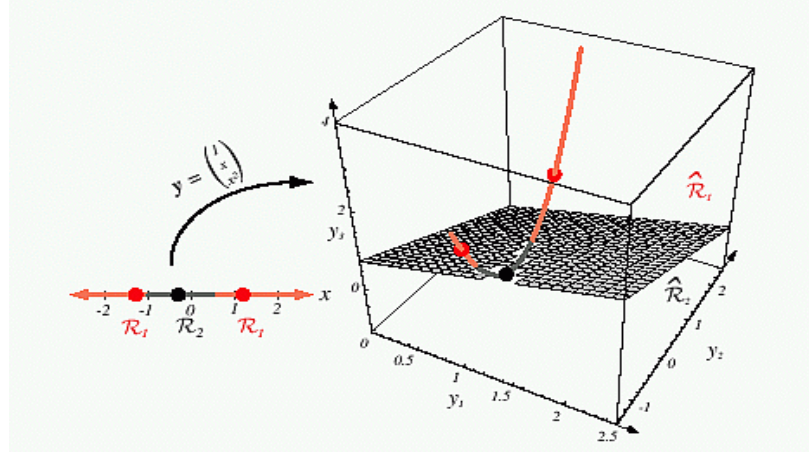
$$g(\mathbf{x}) = w_0 + \sum_{i=1}^d w_i x_i + \sum_{i=1}^d \sum_{j=1}^d w_{ij} x_i x_j .$$

إن سطح الفصل (التقسيم) المعرّف من قبل $g(x)=0$ من الدرجة الثانية أو سطح متعدد الحدود. بالمُتابعة بإضافة شروط مثل $W_{ijk} X_i X_j X_k$ فيمكننا أن نحصل على صنف دوال التمييز المتعددة الحدود. الدوال المتعددة الحدود يُمكن أن تعتبر لقطع توسعات سلسلة ببعض الإعتباطية $g(x)$. عليه فان دالة التمييز المعممة الخطية مُعرّفة لالتالي:

حيث a هي وزن الموجه ذو البعد \hat{d} ، و $y_i(\mathbf{x})$ هي دالة $g(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^{\hat{d}} a_i y_i(\mathbf{x})$ إعتباطية بالنسبة لـ x . دالة التمييز الناتجة ليست خطية بالنسبة لـ x ، لكنه خطي بالنسبة لـ y . الدوال $y_i(\mathbf{x})$ ذات البعدية \hat{d} تنظم النقاط في الفضاء x ذو البعد d إلى النقاط في الفضاء y ذو البعد \hat{d} .

مثال 1

لنفترض ان دالة التمييز من الدرجة الثانية تُكوّن التالية: $g(x) = a_1 + a_2 x + a_3 x^2$
 إن الموجه y الثلاثي الابعاد يعطى بالصيغة التالية: $y' = (1 \ x \ x^2)$



الرسم رقم 47.

مثال 2. عندما يكون $\hat{d} > d$, فإن $\hat{p}(y)$ تسعى للصفر (في كل مكان 0 ، لكن على المنحنى هي لانهائية). المستوى H المعرّف بالصيغة التالية: $\mathbf{a}'\mathbf{y} = 0$ يقسم الفضاء y إلى منطقتي قرار R_1 و R_2 . وعليه يمكن القول بأنه إذا تحقق الشرط الوارد ادناه فإن المعادلة تأخذ الصيغة التالية:

$$\mathbf{a}' = (-1 \ 1 \ 2) \quad \text{then} \quad g(x) = -1 + x + 2x^2$$

مناطق القرار في الفضاء الاصلي x غير محدّبة:

$$\begin{cases} g(x) > 0 & \text{if } x < -1 \text{ or } x > 0.5 : R_1 \\ g(x) < 0 & \text{if } x > -1 \text{ or } x < 0.5 : R_2 \end{cases}$$

بينما هي محدبة في الفضاء y .

حالة الصنفين المفصولين خطيا

تعطى هذه الحالة بالمعادلة التالية:

$$g(\mathbf{x}) = w_0 + \sum_{i=1}^d w_i x_i = \sum_{i=0}^d w_i x_i \quad \text{حيث } x_0 = 1$$

لنفترض ان $\mathbf{y}^t = [1 \ x_1 \ \dots \ x_d] = [1 \ \mathbf{x}]$ هي موجه ال ميزات المدمجة (تنظيم بديهي

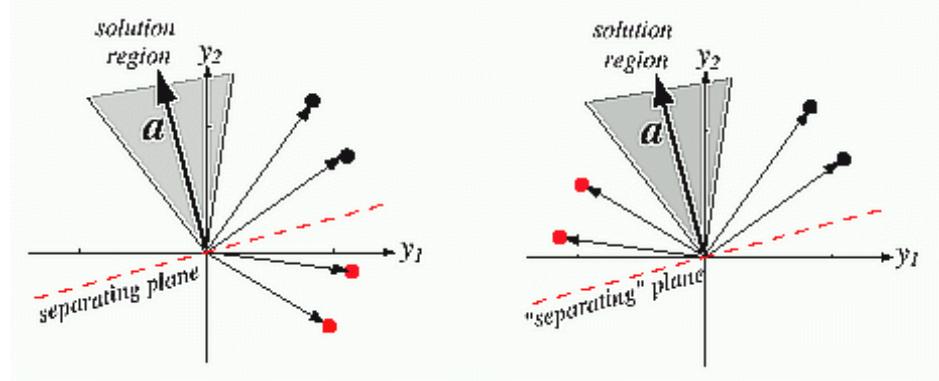
لفضاء x ذو البعدية d إلى الفضاء y ذو البعدية $(d+1)$ و $\mathbf{a}' = [w_0 \ w_1 \ \dots \ w_d] = [w_0 \ \mathbf{w}]$ هي الوزن المدمج للموجه. فإن المعادلة تكون التالية: $g(\mathbf{x}) = \mathbf{a}'\mathbf{y}$. مستوى سطح القرار H يعرف $\mathbf{a}'\mathbf{y} = 0$ بالمرور خلال الأصل في الفضاء y . المسافة من أي نقطة y لـ H مُعطية من قبل $\mathbf{a}'\mathbf{y} / \|\mathbf{a}\|$ ، أو $|g(\mathbf{x})| / \|\mathbf{a}\|$

لأن $\|\mathbf{a}\| = (1 + \|\mathbf{w}\|^2)^{1/2}$ ، فإن هذه المسافة أقل من المسافة من x إلى H . وعليه فإن المشكلة في إيجاد $[w_0, w]$ تُغيّر إلى مشكلة في إيجاد الموجه \mathbf{a} .

لنفترض بأنه لدينا مجموعة من عدد n من العينات $\{y_1, \dots, y_n\}$ والتي بعضها يعرف w_1 والبعض الآخر يعرف w_2 . نستعمل عينات التدريب هذه لتقدير الأوزان \mathbf{a} . ثم نبحث عن وزن الموجه الذي يُصنّف (يقسم) كل العينات بشكل صحيح. إذا تمكنا من إيجاد مثل هذا الوزن، فإن العينات يمكن ان تقسم بشكل خطي. تعتبر العينة y_i انها مُصنّفة بشكل صحيح إذا تحقق التالي:

$$\mathbf{a}'\mathbf{y}_i > 0 \text{ and } y_i \text{ is labeled } \omega_1$$

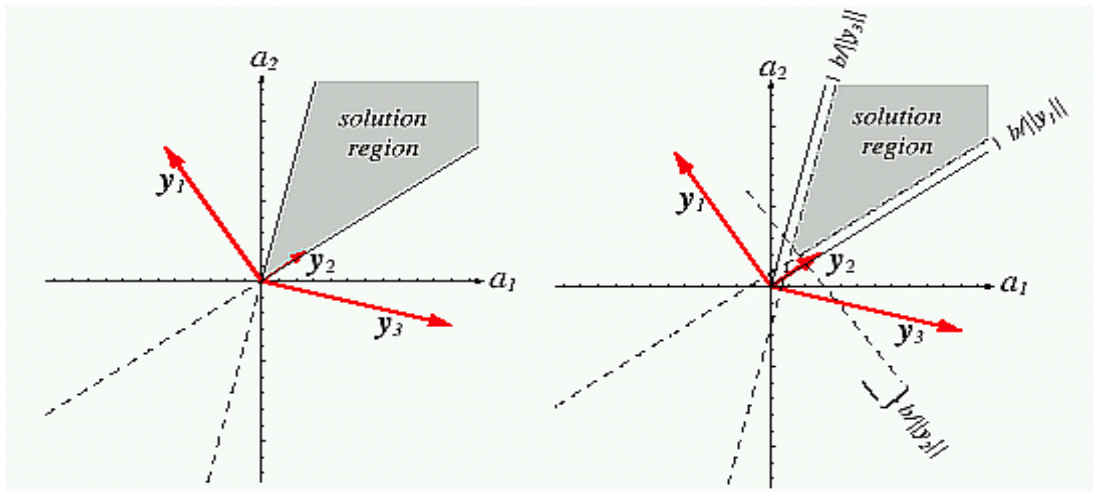
أو إذا قمنا باستبدال كل العينات المصنفة W_2 بمغروسهم، فانه يُمكن أن نبحث عن وزن الموجه a مثل الصيغة التالية $a'y_i > 0$ لكل العينات. وزن مثل هذا الموجه يُدعى الموجه الفاصل (المقسم) أو عموماً بشكل أكثر موجه الحَلّ. كل عيّنة تُضَع قيد (شرط) على الموقع المحتمل لموجه الحَلّ. $a'y_i = 0$ تُعرّف المستوي الكبير من خلال الأصل والذي سيكون عند y_i كموجه طبيعي. موجه الحَلّ (إذا كان متوفر) يجب أن يكون على الجانب الإيجابي لكل مستوي. تقاطع عدد n من أنصاف الفراغات يساوي منطقة الحَلّ. أي موجه يقع في منطقة الحَلّ يعتبر "موجه الحَلّ".



الرسم رقم 48.

موجه الحَلّ (إذا كان متوفر) فهو ليس وحيد. فيمكننا أن نفرض متطلبات إضافية لإيجاد موجه الحَلّ الأقرب إلى منتصف المنطقة (الحَلّ الناتج على الأرجح لتصنيف عينات الاختبار الجديدة بشكل صحيح). لعمل ذلك نقوم بالخطوات التالية:

- نبحث عن موجه الوزن بوحدة الطول الذي يجعل المسافة الدنيا بين العينات و مستوي الفصل اعظمية.
- نبحث عن موجه الوزن ذو الطول الاقل والذي يحقق الشرط التالي: $a'y_i \geq b \geq 0$
- تتقلص منطقة الحَلّ بالهوامش $b/\|y_i\|$



الرسم رقم 49.

يَقَعُ الحَلُّ الجديد ضمن المنطقة السابقة

إجراءات إنحدار الميل

تتلخص الاجراءات المتعلقة بإنحدار الميل بالخطوات التالية:

- نعرّف دالة المعيار $J(a)$ المُخفضُ فيما إذا كان α هو موجه الحَلِّ ($\alpha^t y_i > 0$ لكل العينات).
- نبدأ مع بعض موجّهات الأوزن المختارة بشكل إعتباطي ($\alpha(1)$).
- نحسب موجه الميل المعطى بالصيغة التالية: $\nabla J(a(1))$.
- إنّ القيمة القادمة ($\alpha(2)$) هي مكتسبةً بنقل المسافة من ($\alpha(1)$) بلقّجاه الهبوط الحادّ (وبمعنى آخر: على طول سلمي من الميل).
- عموماً، $\alpha(k+1)$ نكتسب من $\alpha(k)$ بلستعمال المعادلة التالية:

$$a(k+1) = a(k) - \eta(k) \nabla J(a(k)), \quad (1)$$

حيث $\eta(k)$ هو نسبة التعلّم.

خوارزمية هبوط الميل

begin initialize $a, \eta(\square), \text{threshold } \theta, k = 0$

do $k \leftarrow k + 1$

$a \leftarrow a - \eta(k) \nabla J(a)$

until $|\eta(k) \nabla J(a)| < \theta$

return a

end

لنحدد نسبة التعلّم $\eta(k)$ نفترض التالي:

$$J(a) \approx J(a(k)) + \nabla J^t(a - a(k)) + \frac{1}{2}(a - a(k))^t H(a - a(k)) \quad (2)$$

حيث ان $H = \partial^2 J / \partial a_i \partial a_j$ هي مصفوفة Hessian المقيمة في $a(k)$. لِيستبدل $a(k+1)$ من المعادلة (1) في المعادلة (2) نحصل على المعادلة التالية:

$$J(a(k+1)) \approx J(a(k)) - \eta(k) \|\nabla J\|^2 + \frac{1}{2} \eta(k)^2 \nabla J^t H \nabla J.$$

بمساواة الاشتقاق إلى الصفر فيما يتعلق ب $\eta(k)$ فإننا نحصل على التالي:

$$\eta(k) = \frac{\|\nabla J\|^2}{\nabla J^t H \nabla J}.$$

خوارزمية نيوتن.

نختلّو $a(k+1)$ بحيث يعطي القيمة الدنيا للمعادلة (2): بالمساواة إلى الصفر فإن إشتقاق r. h. s. من المعادلة (2) فيما يتعلق بـ a وبعد ذلك نستبدل $a(k+1)$ بمكان a ونحصل على المعادلة التالية:

$$\mathbf{a}(k+1) = \mathbf{a}(k) - \mathbf{H}^{-1} \nabla J.$$

<u>begin</u> <u>initialize</u>	\mathbf{a} , threshold θ
<u>do</u>	$\mathbf{a} \leftarrow \mathbf{a} - \mathbf{H}^{-1} \nabla J(\mathbf{a})$
<u>until</u>	$ \mathbf{H}^{-1} \nabla J(\mathbf{a}) < \theta$
<u>return</u>	\mathbf{a}
<u>end</u>	

خوارزمية نيوتن تُعطي تحسيناً أعظم لكل خطوة، وبعد ذلك هبوط الميل، لكن هذا ليس قابل للتطبيق، عندما تكون مصفوفة Hessian، H مفردة، وأيضاً تأخذ وقتاً طويلاً للحساب يقدر بـ $O(d^3)$.

تقليل دالة معيار الادراك الحسي
دالة معيار الادراك الحسي تتمثل بالصيغة التالية:

$$J_p(a) = \sum_{y \in Y} (-a^t y)$$

$Y(a)$ هي مجموعة العينات المقسمة من قبل α . إذا لم يكن هناك عينات مقسمة، فإن $Y(a)$ هي مجموعة فارغة، و $J_p = 0$. بعد ذلك تكون $a'y_i \leq 0$ إذا كانت Y_i مقسمة و $J_p(\alpha)$ ليست سلبية، وصفر فقط إذا كانت a هي موجه الحقل. بشكل هندسي، $J_p(\alpha)$ هي متناسبة مع مجموع المسافات من العينات المقسمة إلى حقل القرار.

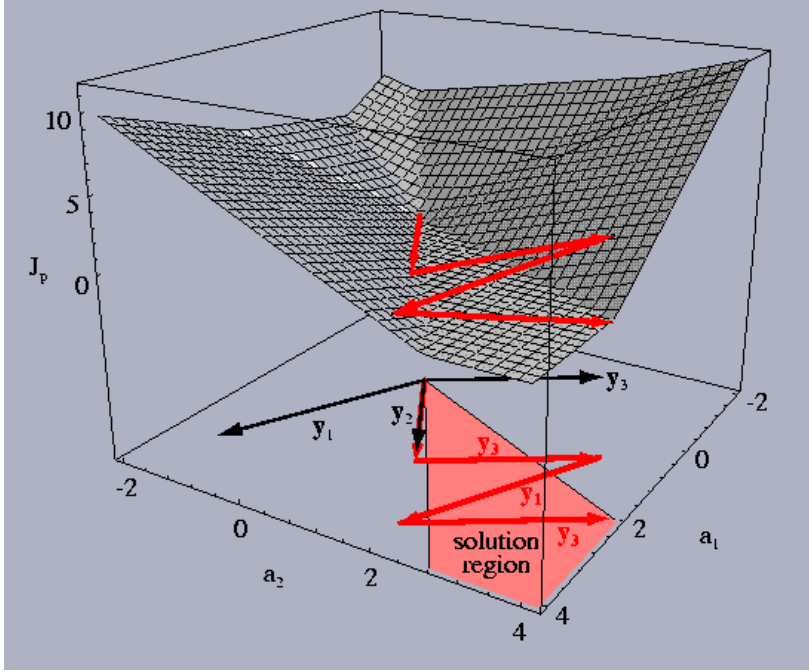
بعد التوصل الى الصيغة التالية $\nabla J_p = \sum_{y \in Y} (-y)$ فن قاعدة التحديث تصبح التالية:

$$a(k+1) = a(k) + \eta(k) \sum_{y \in Y_k} y,$$

حيث ان Y_k هي مجموعة العينات المقسمة بـ $a(k)$.

خوارزمية مجموعة الادراك الحسى

<u>begin</u>	<u>initialize</u>	$\mathbf{a}, \eta(\square)$, criterion $\theta, k = 0$
	<u>do</u>	$k \leftarrow k + 1$
		$\mathbf{a} \leftarrow \mathbf{a} + \eta(k) \sum_{y \in Y_k} \mathbf{y}$
	<u>until</u>	$ \eta(k) \sum_{y \in Y_k} \mathbf{y} < \theta$
<u>end</u>	<u>return</u>	\mathbf{a}



$\eta = 1$, سلسلة عينات مقسمة y_1, y_2, y_3

الرسم رقم 50.

الادراك الحسي لعينة واحدة ثابتة الزيادة

```

begin initialize       $a, k = 0$ 
    do                 $k \leftarrow (k + 1) \bmod n$ 
                        if  $y^k$  is misclassified by  $a$  then  $a \leftarrow a + y^k$ 
    until all patterns properly classified
    return             $a$ 
end

```

ملاحظات حول خوارزمية الادراك الحسي:

- تُعدّل خوارزمية الادراك الحسي العوامل فقط عندما يتصادف خطأ، وبمعنى آخر: مثال عينات التدريب المقسمة $y \in Y_k$.
- الأمثلة المصنفة بشكل صحيح يُمكن أن تُهمل.
- نسبة التعلّم η يُمكن أن تختار بشكل اعتباطي وهذا سيؤثر فقط على معيار الموجه النهائي w (والمقدار المطابق $w \geq 0$).
- إن موجه الوزن النهائي هو مجموعة خطية لنقاط التدريب.

إجراءات الإرخاء

دالة المعيار الأخرى التي تأخذ القيمة الدنيا عندما يكون a هو موجه الحل هي التالية:

$$J_q(\mathbf{a}) = \sum_{\mathbf{y} \in Y} (\mathbf{a}'\mathbf{y})^2,$$

حيث $Y(a)$ ما زال يَدُلُّ على مجموعة عينات التدريب المقسمة بـ a . إنَّ مزاي J_q بالنسبة لـ J_p هي بأن ميلها مستمر، بينما ميل J_p ليس مستمرا. J_q يُقدِّم سطح افضل للبحث. المساوي:

- J_q سلس جداً فُرب حدّ منطقة الحلّ مما يؤدي الى ان سلسلة موجهات الوزن يُمكنُ أن تتلاقى في نقطة على الحدّ $a=0$.
- قيمة J_q يُمكنُ أن تُسيطرَ عليها بموجهات العينة الأطول.

$$J_r(\mathbf{a}) = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{y} \in Y} \frac{(\mathbf{a}'\mathbf{y} - b)^2}{\|\mathbf{y}\|^2},$$

لحلّ هذه المشاكل نقوم بعمل التالي:

- نستعمل دالة المعيار التالية:
- حيث يَدُلُّ $Y(a)$ على مجموعة العينات التي تحقق الشرط التالي: $\mathbf{a}'\mathbf{y} \leq b$
- إذا كان $Y(a)$ فارغ، فإننا نعرّف $J_r = 0$.
- J_r لن يكون أبداً سلبياً القيمة.
- $J_r = 0$ إذا وفقط إذا كان $\mathbf{a}'\mathbf{y} \geq b$ لكل عينات التدريب.
- إنَّ ميل J_r يحسب بالصيغة التالية:

$$\nabla J_r = \sum_{\mathbf{y} \in Y} \frac{\mathbf{a}'\mathbf{y} - b}{\|\mathbf{y}\|^2} \mathbf{y}$$

- نحدث القواعد لصالح إرخاء المجموعة مع الهامش بإستعمال الصيغة التالية:

$$\begin{cases} \mathbf{a}(1) & \text{arbitrary} \\ \mathbf{a}(k+1) = \mathbf{a}(k) + \eta(k) \sum_{\mathbf{y} \in Y} \frac{b - \mathbf{a}'\mathbf{y}}{\|\mathbf{y}\|^2} \mathbf{y} \end{cases}$$

سلوك غير قابل للتقسيم

الادراك الحسي وإجراءات الإرخاء هي طرق لإيجاد موجه الفصل (التقسيم) عندما تكون العينات قابلة للتقسيم بشكل خطي. كذلك يعتبروا إجراءات تصحيح الخطأ. حتى بوجود موجه الفصل لعينات التدريب، فهذا لا يعني بالضرورة ان المقسم الناتج سيؤدي أداء جيداً على بيانات الاختبار المستقلة. لضمان ان الأداء على بيانات التدريب والاختبار سيكون ماثلاً، الكثير يجب استعمال عدد كبير من عينات التدريب. لسوء الحظ، عينات التدريب الكبيرة بما فيه الكفاية بالتاكيد تكون ليست قابلة للفصل بشكل خطي. وعليه فانه لا يوجد موجه وزن يُمكنُ أن يُصنّف كل عينة بشكل صحيح في مجموعة غير مفصولة (غير قابلة للتقسيم). هذا يقودنا الى ان التصحيحات في الادراك الحسي وإجراءات الإرخاء لا يُمكنُهما أبداً التوقّف إذا كانت المجموعة غير مفصولة.

إذا قمنا بإختيار $\eta(k) \rightarrow 0$ as $k \rightarrow \infty$ فانه يُمكنُ أن نحصل على أداء مقبول بالنسبة للمشاكل غير المفصولة بينما تبقى الامكانية لإيجاد الموجه الفاصل للمشاكل المفصولة. إنَّ النسبة التي تقتربُ فيها $\eta(k)$ من الصفر مهمة وذلك يعتمد على سرعة الاقتراب حسب التالي:

- بطيئاً جداً: النتائج ستكون حساسة بالنسبة إلى عينات التدريب التي تجعل المجموعة غير مفصولة.

• سريع جدا: فان موجه الوزن قد يتلاقى قبل الألوان بأقل من النتائج المثالية.
 فيمكننا أن نجعل $\eta(k)$ دالة الأداء الأخير، بتقصه بينما الأداء يتحسن. كذلك يُمكن أن نختار $\eta(k) = \eta(1)/k$
 إجراءات مربع الخط الأدنى

تضحى نظريتي مربع الخط الأدنى بالإمكانية للحصول على موجه الفصل لأداء المساومة (الحل الوسط) الجيد على كلتا المشاكل المفصلة وغير المفصلة. يستعمل الادراك الحسي وإجراءات الإرخاء العينات المقسمة فقط. سابقاً، وجدنا موجه الوزن a يعمل كل المنتجات الداخلية $a'y > 0$. لكن في إجراء مربع الخط الأدنى، فسُحِّلَ جَعَلَ $a'y_i = b_i$ حيث b_i هو ثابت إيجابي محدّد بشكل إعتباطي. كذلك هنا نحن نستعمل مصفوفة الترتيم:

$$\begin{pmatrix} Y_{10} & Y_{11} & \cdots & Y_{1d} \\ Y_{20} & Y_{21} & \cdots & Y_{2d} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Y_{n0} & Y_{n1} & \cdots & Y_{nd} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

أو

$$\mathbf{Y}\mathbf{a} = \mathbf{b}$$

إذا كان \mathbf{Y} غير مفرد، فأنا نستعمل الصيغة التالية:

$$\mathbf{a} = \mathbf{Y}^{-1}\mathbf{b}$$

لسوء الحظ، المصفوفة \mathbf{Y} ليست مصفوفة مربّعة، بمعنى اخر انه في هذه المصفوفة عادة يكون عدد الصفوف أكثر من عدد الأعمدة. عندما يكون هناك معادلات أكثر من المجهول، فان الموجه a يحدد، ولكن لا يوجد حل مضبوط. فيمكننا أن نبحث عن موجه الوزن a الذي يقلل دالة موجه الخط e .

$$e = \mathbf{Y}\mathbf{a} - \mathbf{b}$$

نقلل الطول المربّع لموجه الخط، ككافئ تقليل مجموع وظيفة معيار الخط المربّعة

$$J_s(\mathbf{a}) = \|\mathbf{Y}\mathbf{a} - \mathbf{b}\|^2 = \sum_{i=1}^n (\mathbf{a}'\mathbf{y}_i - b_i)^2$$

$$\nabla J_s = \sum_{i=1}^n 2(\mathbf{a}'\mathbf{y}_i - b_i)\mathbf{y}_i = 2\mathbf{Y}'(\mathbf{Y}\mathbf{a} - \mathbf{b})$$

بإعطاء الميل قيمة الصفر، نحصل على الشرط الضروري التالي:

$$\mathbf{Y}'\mathbf{Y}\mathbf{a} = \mathbf{Y}'\mathbf{b}$$

حيث $\mathbf{Y}'\mathbf{Y}$ هي مصفوفة مربّعة، وغير مفردة في أغلب الأحيان. لذا، يمكننا أن نجد حل لـ a باستعمال الصيغة التالية:

$$\mathbf{a} = (\mathbf{Y}'\mathbf{Y})^{-1}\mathbf{Y}'\mathbf{b}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{Y}^+\mathbf{b}$$

$$\mathbf{Y}^+ = (\mathbf{Y}'\mathbf{Y})^{-1}\mathbf{Y}' \quad \text{حيث}$$

\mathbf{Y}^+ يُدعى معكوس \mathbf{Y} .

$$\mathbf{Y}^+ \mathbf{Y} = \mathbf{I}, \text{ but generally } \mathbf{Y} \mathbf{Y}^+ \neq \mathbf{I}$$

\mathbf{Y}^+ يُعرَّفُ عموماً أكثر بالشكل التالي:

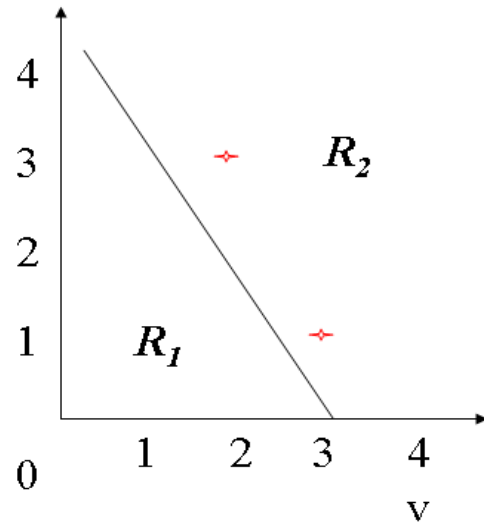
$$\mathbf{Y}^+ \equiv \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} (\mathbf{Y}' \mathbf{Y} + \varepsilon \mathbf{I})^{-1} \mathbf{Y}'$$

من الممكن اظهار أنَّ هذا الحدَّ يمكن ايجاده دائماً وان $\mathbf{a} = \mathbf{Y}^+ \mathbf{b}$ هو حلّ مربع الخطأ الأدنى بالنسبة إلى $\mathbf{Y} \mathbf{a} = \mathbf{b}$ الإختيارات المختلفة لـ \mathbf{b} تُعطي ميزات الحلّ المختلفة.

مثال

لنفترض ان لدينا النقاط الثنائية الأبعاد التالية للصنفين التاليين: $w_1: (1, 2)'$ و $(2, 0)'$ و $w_2: (3, 1)'$ و $(2, 3)'$

$$\mathbf{a}' \begin{pmatrix} 1 \\ x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = 0$$



اربع نقاط تدريب وحدود القرار

الرسم رقم 51.

المصفوفة \mathbf{Y} هي التالية:

$$\mathbf{Y} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & -3 & -1 \\ -1 & -2 & -3 \end{pmatrix}$$

المصفوفة المعكوسة هي التالية:

$$\mathbf{Y}^+ = (\mathbf{Y}' \mathbf{Y})^{-1} \mathbf{Y}' = \begin{pmatrix} 5/4 & 13/12 & 3/4 & 7/12 \\ -1/2 & -1/6 & -1/2 & -1/6 \\ 0 & -1/3 & 0 & -1/3 \end{pmatrix}$$

إذا اخذنا بشكل إعتباطي فلنفترض ان كلّ الهوامش تُكوّن مساوية لـ:

$$\mathbf{b} = (1, 1, 1, 1)'$$

وعليه نحن سنجدُ الحَلَّ التالي:

$$\mathbf{a} = \mathbf{Y}^+ \mathbf{b} = (11/3, -4/3, -2/3)'$$

العلاقة مع المميز الخطي

بالإختيار الخاصِّ للموجه \mathbf{b} ، فإن مربع الخطأ الأدنى مرتبط مع المميز الخطي. لنفترض عدد n من العينات ذات البعدية $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_n$ من D_1 و n_2 من D_2 . فإن المصفوفة \mathbf{Y} يُمكن أن تُكتب كالآتي:

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_1 & \mathbf{X}_1 \\ -\mathbf{1}_2 & -\mathbf{X}_2 \end{bmatrix} \quad (1)$$

حيث أن $\mathbf{1}_i$ هو موجه عمود لـ n_i ، و \mathbf{X}_i هي مصفوفة ذات ابعاد $d * n_i$ والتي صفوفها تُعرف w_i . نُقسم \mathbf{a} و \mathbf{b} لنحصل على التالي:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} w_0 \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} \quad (2) \quad \mathbf{b} = \begin{bmatrix} \frac{n}{n_1} \mathbf{1}_1 \\ \frac{n}{n_2} \mathbf{1}_2 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\mathbf{Y}' \mathbf{Y} \mathbf{a} = \mathbf{Y}' \mathbf{b} \quad (4) \quad \text{دعنا نُكتبُ الان التالي:}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{1}_1' & -\mathbf{1}_2' \\ \mathbf{X}_1' & -\mathbf{X}_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{1}_1 & \mathbf{X}_1 \\ -\mathbf{1}_2 & -\mathbf{X}_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}_1' & -\mathbf{1}_2' \\ \mathbf{X}_1' & -\mathbf{X}_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{n}{n_1} \mathbf{1}_1 \\ \frac{n}{n_2} \mathbf{1}_2 \end{bmatrix} \quad (5)$$

نتذكرُ بأنَّ متوسطِ العينة معطى حسب الصيغة التالية:

$$\mathbf{m}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{\mathbf{x} \in D_i} \mathbf{x} \quad i = 1, 2 \quad (6)$$

و

$$\mathbf{S}_w = \sum_{i=1}^2 \sum_{\mathbf{x} \in D_i} (\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)(\mathbf{x} - \mathbf{m}_i)' \quad (7)$$

بمضاعفة المصفوفات في (4) نحصل على التالي:

$$\begin{bmatrix} n & (n_1 \mathbf{m}_1 + n_2 \mathbf{m}_2)' \\ (n_1 \mathbf{m}_1 + n_2 \mathbf{m}_2) & \mathbf{S}_w + n_1 \mathbf{m}_1 \mathbf{m}_1' + n_2 \mathbf{m}_2 \mathbf{m}_2' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_0 \\ \mathbf{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ n(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2) \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$w_0 = -\mathbf{m}' \mathbf{w} \quad (9) \quad \text{من الصفِّ الأولِ عندنا:}$$

$$\left[\frac{1}{n} \mathbf{S}_w + \frac{n_1 n_2}{n^2} (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)' \right] \mathbf{w} = \mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2 \quad (10) \quad \text{ومن الثاني}$$

لكن الموجه $\mathbf{w} (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)'$ هو في إتجاه $\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2$ لأيِّ قيمة لـ \mathbf{W} ، وهكذا فيمكننا أن نُكتب:

$$\frac{n_1 n_2}{n^2} (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2)' \mathbf{w} = (1 - \alpha)(\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2) \quad (11)$$

لبعض العدد α .

$$\mathbf{w} = \alpha n S_w^{-1} (\mathbf{m}_1 - \mathbf{m}_2) \quad (12) \quad \text{ثم (10) تعطي:}$$

والذي يعتبر نسبياً إلى المميز الخطي. إن قاعدة القرار تحدد ω_1 if $\mathbf{w}'(\mathbf{x} - \mathbf{m}) > 0$ وتحدد ω_2 فيها عدا ذلك.

إجراء Widrow-HOFF

دالة المعيار يُمكن أن تُقلَّل بلجراء هبوط الميل.

الفوائد:

- يُفادى المشاكل التي تُظهرُ عندما تكون $\mathbf{Y}'\mathbf{Y}$ مفردة.
- يُفادى الحاجةُ للعمل مع بالمصفوفات الكبيرة.

حيث $\nabla J_s = 2\mathbf{Y}'(\mathbf{Y}\mathbf{a} - \mathbf{b})$ وقاعدة التحديث البسيطة ستُكون:

$$\begin{cases} \mathbf{a}(1) \\ \mathbf{a}(k+1) = \mathbf{a}(k) + \eta(k)\mathbf{Y}'(\mathbf{Y}\mathbf{a} - \mathbf{b}) \end{cases} \quad \text{اعتباطية}$$

إذا نُعتبرُ العينات بشكل متسلسل

$$\begin{cases} \mathbf{a}(1) \\ \mathbf{a}(k+1) = \mathbf{a}(k) + \eta(k)(\mathbf{b}_k - \mathbf{a}(k)'\mathbf{y}^k)\mathbf{y}^k \end{cases} \quad \text{اعتباطية}$$

اجراء Widrow Hoff أو LMS (المربع المتوسط الأقل)

```

Initialize       $\mathbf{a}, \mathbf{b}, \theta, \eta(\cdot), k = 0$ 
do               $k \leftarrow k+1 \bmod n$ 
                 $\mathbf{a} \leftarrow \mathbf{a} + \eta(k)(\mathbf{b}_k - \mathbf{a}'\mathbf{y}^k)\mathbf{y}^k$ 
until            $|\eta(k)(\mathbf{b}_k - \mathbf{a}'\mathbf{y}^k)\mathbf{y}^k| < \theta$ 
return          $\mathbf{a}$ 
end
```

آلية التعلّم الخطيّة و آلة موجه الدعم (SVM)

التعريفات والمصطلحات

فضاء المدخل: $x \in X \subset \mathbf{R}^n$

فضاء الناتج: $y \in Y = \{-1, 1\}$, للتصنيف $y \in \mathbf{R}$, للإرتداد.

الفرضية: $h \in H$

مجموعة التدريب: $S = \{(x_1, y_1), \dots, (x_i, y_i), \dots\}$

خطأ الاختبار: ε أيضاً $R(a)$

$\langle x, z \rangle$

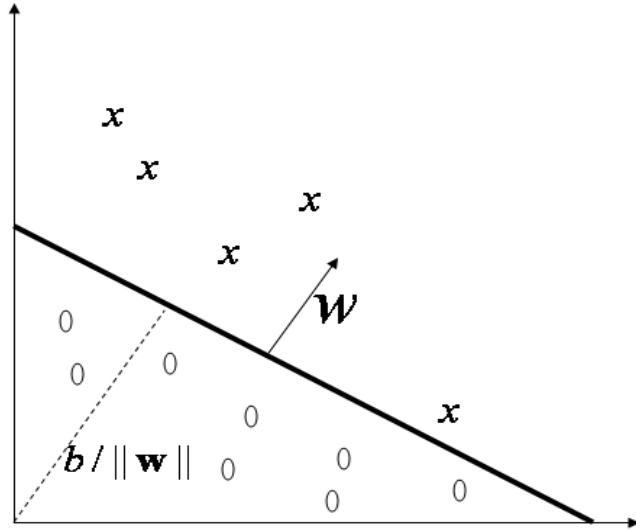
مُنْتَج نقطة:

” آلة التَّعَلُّم “ - أيّ خوارزمية تقييم الدالة،
"التدريب" - إجراء تقييم العامل،
"الاختبار" - حساب قيمة الدالة،
"الأداء" - الهبة المعممة (وبمعنى آخر: نسبة الخطأ عندما حجم مجموعة الاختبار يسعى الى اللانهاية).

خوارزمية الادراك الحسي - الجولة الثانية

التقسيم الخطي لفضاء المدخل (المساهمة)
 $f(x) = \langle w, x \rangle + b$

$$h(x) = \text{sign}(f(x))$$



الرسم رقم 52.

تَتَطَلَّبُ الخوارزمية بأن تكون الأنماط المدخلة (المساهمة) قابلة للفصل بشكل خطي، هذا يَعْنِي ان توجد دالة مميز خطي والتي لها قيمة خطأ التدريب مساوية للصفر. نَفْتَرِضُ بأن هذه هي الحالة.

خوارزمية الادراك الحسي (الشكل الأساسي)

```
initialize       $w_0 \leftarrow \mathbf{0}, b_0 \leftarrow 0, k \leftarrow 0, \eta \in \mathbf{R}^+, R \leftarrow \max_i \|\mathbf{x}_i\|$ 
repeat
  error  $\leftarrow$  false
  for i=1..l
    if  $y_i (\langle \mathbf{w}_k, \mathbf{x}_i \rangle + b_k) \leq 0$  then
       $\mathbf{w}_{k+1} \leftarrow \mathbf{w}_k + \eta y_i \mathbf{x}_i$ 
```

```


$$b_{k+1} \leftarrow b_k + \eta y_i R^2$$


$$k \leftarrow k + 1$$

error  $\leftarrow$  true
end if
end for
until (error == false)
return k, (wk, bk)

```

حيث k هو عدد الأخطاء.

ملاحظات حول خوارزمية الإدراك الحسي

يُعملُ مبدأ الإدراك الحسي بإضافة امثلة مصنف إيجابي أو طَرَح امثلة مصنف سلبي إلى موجهِ الوزن الإعتباطي، الذي (بدون خسارة العمومية) إفتراضنا ان يَكُون موجه صفري. لذا فان موجه الوزن النهائي هو مجموعة خطية لنقاط التدريب:

$$\mathbf{w} = \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i \mathbf{x}_i,$$

وبما ان إشارة المعامل \mathbf{x}_i مُعطية بالعلامة y_i ، α_i هي قيم إيجابية و نسبتي إلى عددِ مرات تصنيف \mathbf{x}_i والتي سببت تحديث الوزن. ه ذا يُدعى قوّة تَضْمين النمط \mathbf{x}_i .

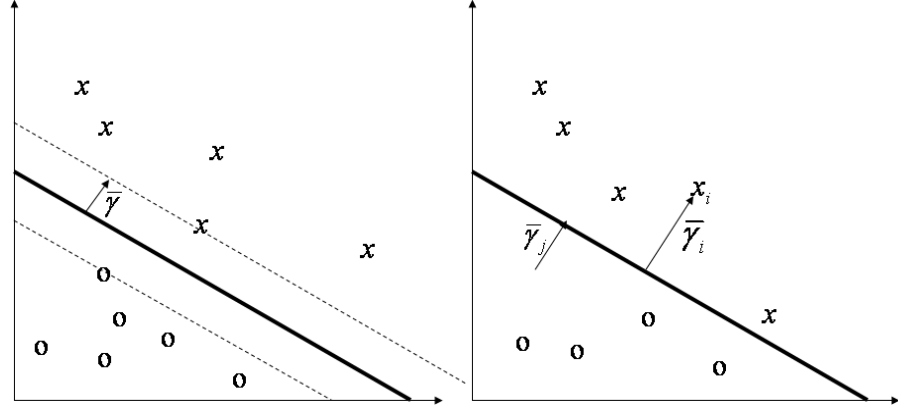
الهامش الوظيفي والهندسي

فكرة هامش البيانات تُشيرُ الى ان المميز الخطي سيصبح مفهومًا مهمًا جدا. الهامش الوظيفي للمميز الخطي (w, b) للأنماط المُعرَّفتُ $(x_i, y_i) \in \mathbf{R}^d \times \{-1, 1\}$ يعطى بالصيغة التالية:

$$\gamma_i \equiv y_i (\langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_i \rangle + b)$$

إذا كان الهامش الوظيفي سلبي، فإن النمط يُصنَّفُ بشكل خاطئ، اما إذا كان إيجابيًا فان المصنف يتوقَّع العلامة الصحيحة. القيمة الأكبر لـ $|\gamma_i|$ وايضا الأبعد لـ x_i هي مِنْ المميز. هذه يعطي دقة أكثر في فكرة الهامش

الهندسي: $\bar{\gamma}_i \equiv \frac{\gamma_i}{\|\mathbf{w}\|}$ الذي يقيس المسافة الإقليدية لنقطة مِنْ حَدِّ القرار.

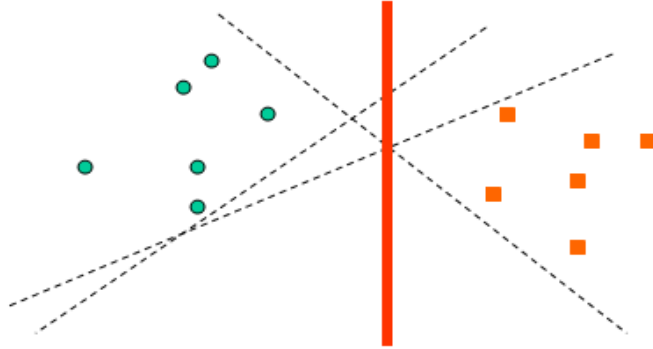


هامش مجموعة التدريب

الهامش الهندسي لنقطتين

الرسم رقم 53.

أخيراً، $\gamma \equiv \min_i \gamma_i$ يُدعى الهامش الوظيفي لـ (w, b) لمجموعة المعلومات $S = \{(x_i, y_i)\}$. إن هامش مجموعة التدريب S هو الهامش الهندسي الأعظمي على كل المستويات الكبرى. المستوى الكبير يحقق هذا الحد الأعلى وهو مستوى الهامش الأعلى.



الرسم رقم 54. مستوى الهامش الأعلى

نظرية Novikoff

النظرية:

لنفترض بأن هناك الموجه $w^*, \|w^*\| = 1$ والتعبير المائل b^* مثل كما لو أن الهامش على مجموعة البيانات (الغير بديهية) S وهو على الأقل γ ، وبمعنى آخر:

$$y_i (\langle w^*, x_i \rangle + b^*) \geq \gamma, \quad i = 1, \dots, l,$$

عليه فان عدد مراحل التحديث في خوارزمية الادراك الحسي هو الاكبر:

$$t^* = \left(\frac{2R}{\gamma} \right)^2, \quad \text{حيث } R = \max_{1 \leq i \leq l} \|x_i\|.$$

الملاحظات:

نقول نظرية Novikoff بأن مهما كان الهامش صغيراً، وبشرط ان مجموعة المعلومات قابلة للفصل (التقسيم) بشكل خطي، فان الادراك سيجد الحل الذي يفصل الصنفان في عدد محدود من الخطوات. بالضبط أكثر، عدد خطوات

التحديث (ووقت التشغيل) سيعتمد على الهامش وتناسب المعكوس مع الهامش المربع. إن الحد ثابت برغم تغيير قياس الأنماط (التكبير والتصغير). كما ان نسبة التعلم لا تهم.

التمثيل الثنائي

في حالة التمثيل الثنائي، دالة القرار يمكن أن يُعاد كتابتها كالتالي:

$$h(x) = \text{sgn}(\langle \mathbf{w} \cdot \mathbf{x} \rangle + b) = \text{sgn}\left(\left\langle \sum_{j=1}^l \alpha_j y_j \mathbf{x}_j \cdot \mathbf{x} \right\rangle + b\right)$$

$$= \text{sgn}\left(\sum_{j=1}^l \alpha_j y_j \langle \mathbf{x}_j \cdot \mathbf{x} \rangle + b\right)$$

وأيضاً قاعدة التحديث يمكن أن تُعاد كتابتها كالتالي:

$$\text{if } y_i \left(\sum_{j=1}^l \alpha_j y_j \langle \mathbf{x}_j \cdot \mathbf{x}_i \rangle + b \right) \leq 0 \text{ then } \alpha_i \leftarrow \alpha_i + \eta,$$

تؤثر نسبة التعلم η على القياس العام فقط للمستوي الكبير، بينما هو لا يؤثر على الخوارزمية مع موجه البداية بقيمة الصفر، لذا يمكننا أن نضع $\eta = 1$.

الإزدواجية: الخاصية الأولى لآلة موجه الدعم

الإزدواجية هي الميزة الأولى لآلات موجه الدعم والتي بدورها تعتبر آلية التعلم الخطية الممتلئة في أشكال ثنائية:

$$f(x) = \langle \mathbf{w} \cdot \mathbf{x} \rangle + b = \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i \langle \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x} \rangle + b$$

تبدو البيانات فقط داخل مُنتجات النقطة (في دالة القرار وفي خوارزمية التدريب). إن المصفوفة $G = \left(\langle \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x}_j \rangle \right)_{i,j=1}^l$ تُدعى مصفوفة Gram.

قصور المصنفات الخطية

آلات التعلم الخطية (LLM) لا تستطيع التعامل مع التالي:

- البيانات المفصولة بشكل لاخطي
- البيانات الصاخبة (المنتزجة بإشارة ضجيج)
- هذه الصياغة تتعامل فقط مع البيانات الشعاعية (الموجهات) فقط

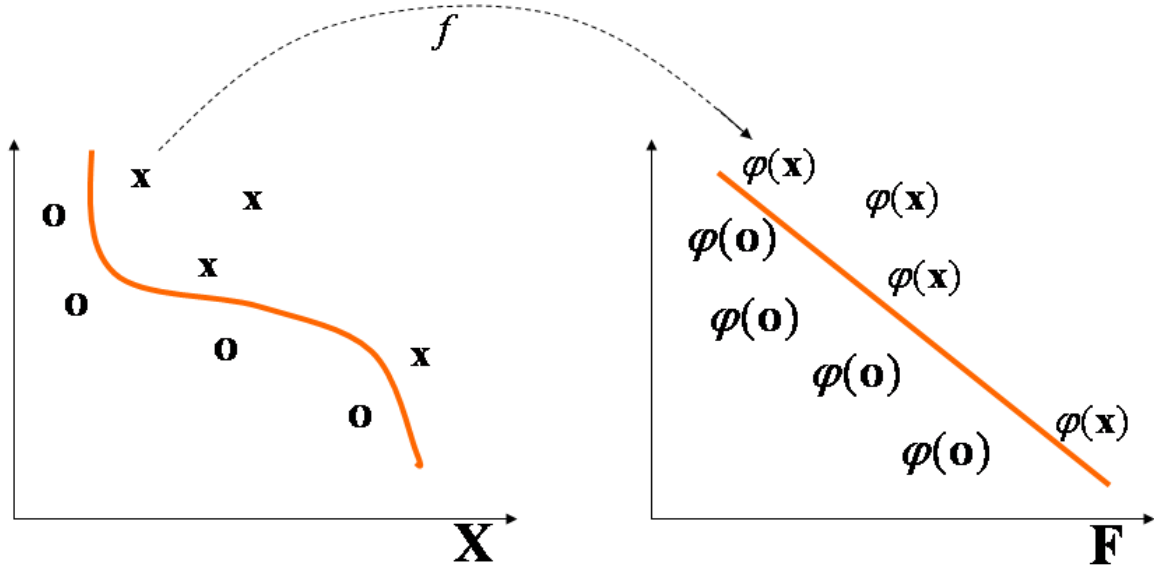
حلّ الشبكات العصبية: الطبقات المتعددة لدوال العتبة الخطية - الشبكات العصبية المتعددة الطبقات. خوارزميات التعلم - الانتشار الخلفي.

حلّ آلة موجه الدعم: تمثيل اللبّ (النواة).

قضايا التقريب النظرية مستقلة عن قضايا التعلم النظرية. خوارزميات التعلم تنفك من رباط تفصيلات منطقة التطبيق، والتي تعتبر مُشَفَّرَة إلى تصميم اللبّ.

التعلم في فضاء الميزات

بداية نعين (نسقط) البيانات في فضاء الميزات، حيث أنهم مفصولون بشكل خطي $\mathbf{x} \rightarrow \phi(\mathbf{x})$ (وبمعنى آخر يمكن قول التالي: بان العملية تتلخص بتحويل الصفات الى ميزات (دلائل التمييز)).



الرسم رقم 55.

لتوضيح الفكرة نأخذ المثال التالي:
لنعتبر دالة الهدف التالية:

$$f(m_1, m_2, r) = G \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

بلعطاء القوة الجاذبية بين جسمين.
الكميات الجديرة بالملاحظة هي الكتل m_1, m_2 والمسافة r . الآلة الخطية لا تستطيع أن تمثل هذه البيانات، لكن بتغيير نظام الاحداثيات يمكن ان نتمكن من التمثيل:
 $(m_1, m_2, r) \rightarrow (x, y, z) = (\ln m_1, \ln m_2, \ln r)$

$g(x, y, z) = \ln f(m_1, m_2, r) = \ln G + \ln m_1 + \ln m_2 - 2 \ln r = c + x + y - 2z$
إن مهمة إختيار التمثيل الأكثر ملائمة يعرف بإختيار الميزات. إن الفضاء X ينعى باسم فضاء المدخلات (المساهمة)، بينما $F = \{\varphi(\mathbf{x}) : \mathbf{x} \in X\}$ يُدعى فضاء الميزات. بشكل متكرر نحن نبحث عن طريقة لإيجاد المجموعة المحتملة الأصغر من الميزات التي ما زالت تحمل معلومات ضرورية (تخفيض البعدية)

$$\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n) \rightarrow \varphi(\mathbf{x}) = (\varphi_1(\mathbf{x}), \dots, \varphi_d(\mathbf{x})), d < n$$

المشاكل مع فضاء الميزات

العمل في فضاءات الميزات ذات البعدية العالية تحل مشكلة إظهار وظائف معقدة، لكن هناك مساوئ أخرى لتعددية البعدية ومثال على ذلك:

- هناك المشكلة الحسابية حيث ان العمل مع الموجهات الكبيرة جداً معقد و يتطلب وقتاً كبيراً.
- وأيضاً مشكلة نظرية التعميم (ما يسمى بلعنة البعدية).

التخطيط الضمني لفضاء الميزات

بداية سنرجع لنظرية اللب، حيث انها تقدم حلول ملائمة هنا:

- حل المشكلة الحسابية للعمل مع العديد من الأبعاد.
- يمكن أن يجعل من الممكن لاستعمال الأبعاد اللانهائية
- بشكل كفوء في التناسب: الوقت / الفضاء

- الفوائد الأخرى، انها طريقة عملية وتصورية

فضاء الميزات بدافع اللب

تبعاً للتعليمات بحال تعلم علاقات لخطية نختار ميزات لخطية. لذلك، فان مجموعة الفرضيات المعتبرة سنكون دوال من النوع التالي:

$$f(x) = \sum_{i=1}^N w_i \phi_i(x) + b$$

حيث ان $\phi: X \rightarrow F$ هو تمثيل (تحويل) لخطي من فضاء المساهمة الى فضاء الميزات. في التمثيل الثنائي، تبدو البيانات انها تظهر فقط داخل مُنتجات النقطة

$$f(x) = \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i \langle \phi(x_i), \phi(x) \rangle + b$$

نعود لمناقشة نظرية اللب. وكما ذكرنا سابقا بأنها الدالة التي تُرجع قيمة مُنتج النقطة بين الصور ذات الحجتين:

$$K(x_1, x_2) = \langle \phi(x_1), \phi(x_2) \rangle$$

عند استعمال نظرية اللب، فان بعدية الفضاء F ليست مهمة بالضرورة. كما اننا قد لا نعرف الخريطة ϕ حتى. بإعطاء الدالة K، فانه من المحتمل التحقق بأنه دالة اللب. كما يُمكن أن نستعمل هنا نظرية آلية التعلم الخطية في فضاء الميزات وذلك ببساطة بلعادة كتابته في التمثيل الثنائي وبإستبدال مُنتجات النقطة بالألأب حسب التالي:

$$\langle x_1, x_2 \rangle \leftarrow K(x_1, x_2) = \langle \phi(x_1), \phi(x_2) \rangle$$

مصفوفة اللب (مصفوفة Gram ◉)

	K(1,1)	K(1,2)	K(1,3)	...	K(1,m)
	K(2,1)	K(2,2)	K(2,3)	...	K(2,m)

	K(m,1)	K(m,2)	K(m,3)	...	K(m,m)

K=

تتصف مصفوفة اللب بالتالي:

- تعتبر التركيب المركزي في مكائن اللب
- معلومات 'عنق زجاجة': تحتوي على كل المعلومات الضرورية لخوارزمية التعلم
- تحتوي على المعلومات حول البيانات واللب
- تمتلك العديد من الملكيات المثيرة

نظرية Mercer

إن مصفوفة اللب هي مؤكدة ، إيجابية و متماثلة. وعليه يمكن القول بأن أي مصفوفة مؤكدة إيجابية متماثلة يُمكن أن تُعتبر مصفوفة لب، حيث انها مصفوفة مُنتج داخلي في فضاء ما. شكليا ، تفيد نظرية ميرسر: بأن كل (نصف) دالة متماثلة مؤكدة إيجابية هي لب: وبمعنى آخر: اذا كان يظهر هناك φ فان هذا يسمح بكتابة التالي:

$$K(x_1, x_2) = \langle \varphi(x_1), \varphi(x_2) \rangle$$

تعريف الوضوح الإيجابي:

$$\int K(x, z) f(x) f(z) dx dz \geq 0, \quad \forall f \in \mathbf{L}_2$$

أمثلة الألباب

الأمثلة البسيطة للألباب:

$$K(x, z) = (\langle x, z \rangle + 1)^d$$

معادلة متعددة الحدود من الدرجة d

$$K(x, z) = e^{-\|x-z\|^2 / 2\sigma^2}$$

Gaussian معادلة

$$K(x, z) = \tanh(\langle x, z \rangle - \theta)$$

معادلة الشبكة العصبية الملتوية لطبقتين

مثال: الألباب المتعددة الحدود

$$x = (x_1, x_2);$$

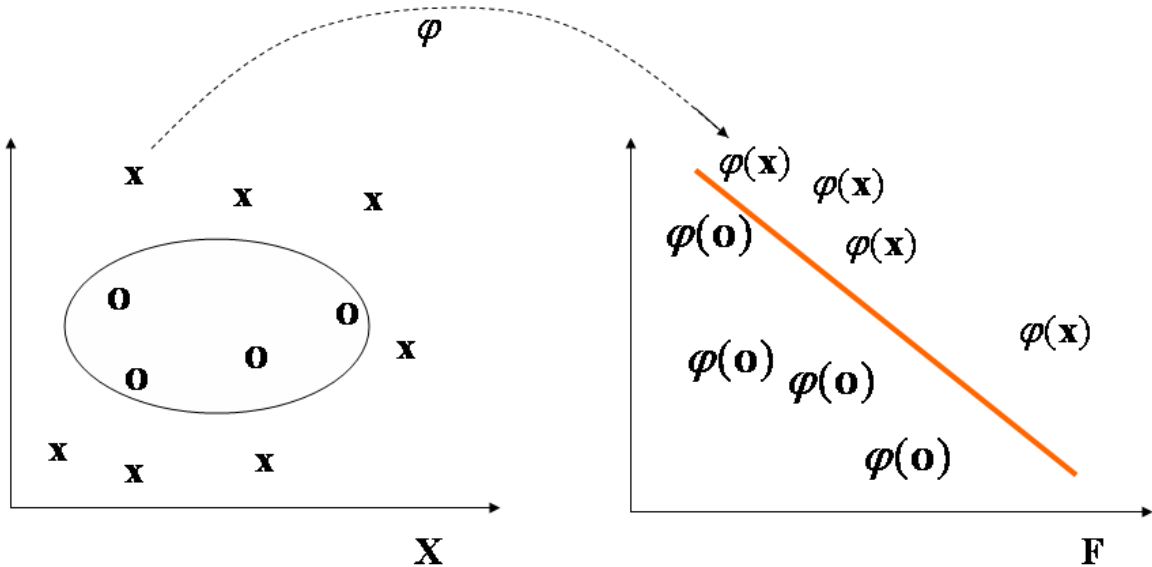
$$z = (z_1, z_2);$$

$$\langle x, z \rangle^2 = (x_1 z_1 + x_2 z_2)^2$$

$$= x_1^2 z_1^2 + x_2^2 z_2^2 + 2x_1 z_1 x_2 z_2$$

$$= \langle (x_1^2, x_2^2, \sqrt{2}x_1 x_2), (z_1^2, z_2^2, \sqrt{2}z_1 z_2) \rangle$$

$$= \langle \varphi(x), \varphi(z) \rangle$$



تكوين الألباب

إن مجموعة الألباب هي مُعلقة تحت بعض العمليات. إذا كانت K, K' هي ألباب، فإنه يمكن اعتبار التالي:

- $K+K'$ هي لبّ ايضا.
 - cK تعتبر لبّ، إذا كان $c > 0$
 - $aK + bK'$ تعتبر لبّ، إذا كان $a, b > 0$
- عليه يُمكننا أن نكون ألباب معقدة من البسيطة. وهذا ما يدعى بالصفة المقياسية لللب.

الخاصية الثانية لآلية موجه الدعم:

آلة موجه الدعم هي آلة تُعَلَّم خطيّة، والتي لها الخصائص التالية:

- تستعمل التمثيل الثنائي
- تشغل في فضاء الميزات القائم على اللب وذلك حسب الدالة الخطية في فضاء الميزات والم عرّف ضمناً من قبل K :

$$f(x) = \sum \alpha_i y_i \langle \phi(x_i), \phi(x) \rangle + b$$

اللبّ الهسي

يعتبر اللبّ سيئا إذا كانت المصفوفة الخاصة به قطريّة في الغالب: بمعنى ان كلّ النقاط المتعامدة إلى بعضهم البعض، وليس هناك من عناقيد ولا تراكيب.

1	0	0	...	0
0	1	0	...	0
		1		
...
0	0	0	...	1

وعليه ممكن ان نصل الى النتيجة انه ليس هناك من لبّ بدون عوائق (مجانّي). في التخطيط في الفضاء مع الكثير من الميزات غير ذات العلاقة، تُصبح مصفوفة اللبّ قطرية. لذا نحن نحتاج الى بعض المعلومات المسبقة عن الهدف للحصول على لبّ جيد.

مشكلة التعميم

من السهل التلائم مع لعنة الابعاد في الفراغات ذات البعدية العالية وذلك بليجاد إنتظام في مجموعة التدريب والذي يعتبر عرضي وغير جوهريا، بحيث أنّ لَنْ تُوجَد ثابته في مجموعة الإختبار. إنّ مشكلة آلية موجه الدعم هي وضع عويص وذلك لانها تتلخص بليجاد مستوي واحد يفصل البيانات بينما عمليا يوجد الكثير من مثل هذه المستويات. وعليه نحتاج لطريقة مبدئية لإختيار أفضل مستوي محتمل.

من مشاكل التعميم ايضا ما يسمى بسعة الآلة (القدرة) - وهي إمكانية تُعَلَّم أي مجموعة تدريب بدون خطأ "أي آلة بالقدرة الأكلي يمكن ان تشبه بعالم نبات مع ذاكرة فوتوغرافية والذي، يستنتج عندما يرى شجرة جديدة، بأنّه ليسَت شجرة لأن لها عدد مختلف من الأوراق عن أي شجرة رآها قبل ذلك؛ و الآلة بالقدرة الصغيرة جداً هي مثل أخص عالم النبات الكسلان، الذي يُعلن بأن كل ما هو أخضر، هو شجرة".

التعلّم الصحيح المحتمل تقريباً

الفرضيات والتعاريف

لنفترض:

ان لدينا عدد l من المشاهدات (\mathbf{x}_i, y_i) . نقاط التدريب والاختبار سحبت بشكل عشوائي من بعض توزيعات الاحتمال المجهول $D(\mathbf{x}, y)$. نتعلم الماكنة التخطيط $\mathbf{x}_i \rightarrow y_i$ وننتج الفرضية $h(\mathbf{x}, \alpha)$. الاختيار الدقيق لـ α يؤخذ الآلة المدربة.

إن توقع خطأ الاختبار أو المتوقع أو الخطر (المجازفة) الفعلي يمكن حسابه بالصيغة التالية:

$$R(\alpha) = \frac{1}{2} \int |y - h(\mathbf{x}, \alpha)| dD(\mathbf{x}, y) \quad (1)$$

الحدود على أداء التعميم

من بين الحدود على أداء التعميم هو ما يسمى بالخطر التجريبي والمعطى بالصيغة التالية:

$$R_{emp}(\alpha) = \frac{1}{2l} \sum_{i=1}^l |y_i - h(\mathbf{x}_i, \alpha)|. \quad (2)$$

نختار δ بحيث تكون $0 \leq \delta \leq 1$. مع الاحتمال $1 - \delta$ ، فنحصل على عوائد الحد التالية:

$$R(\alpha) \leq R_{emp}(\alpha) + \sqrt{\left(\frac{d(\log(2l/d) + 1) - \log(\delta/4)}{l} \right)} \quad (3)$$

حيث $d \geq 0$ يُدعى قياس VC وهو المقياس لقدرة الآلة. و يُدعى R في المعادلة الثالثة حد الخطر لـ $h(\mathbf{x}, \alpha)$ في التوزيع D . و التعبير الثاني في الجهة اليمنى يُدعى ثقة VC. ثلاث نقاط رئيسية حول حد الخطر:

- هو مستقل عن $D(\mathbf{x}, y)$
 - هو عادة ليس محتملاً لحساب الجهة اليسرى من المعادلة.
 - إذا كنا نعرف d ، فانه يُمكن أن نحسب الجهة اليمنى من المعادلة.
- هذا يعطي الإمكانية لمقارنة تعلم الآلة

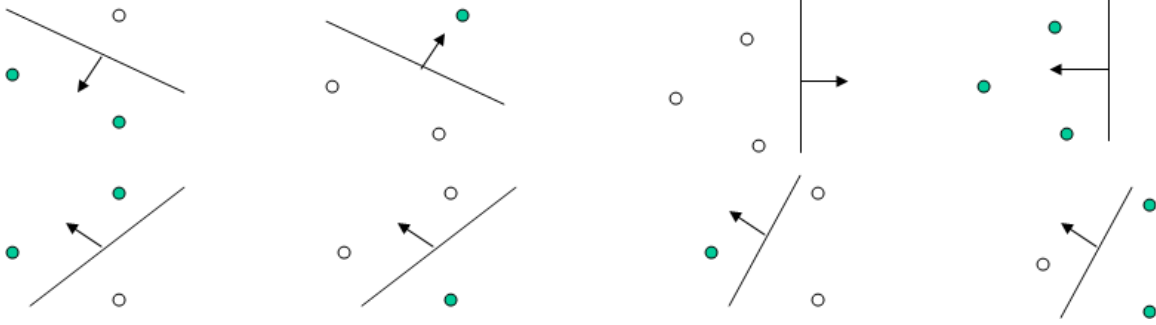
الحد VC

التعريف: يقصد بالحد VC لمجموعة الهوال $H = \{h(\mathbf{x}, \alpha)\}$ انه d اذا وفقط اذا كان هناك يوجد مجموعة النقاط

مثل $\{x^i\}_{i=1}^d$ حيث ان هذه النقاط يُمكن أن تُع رف في كل التركيبات المحتملة 2^d ، ولكل تعريف (علامة)، هناك عضو من مجموعة H يُمكن أن يُجد له مُخصص من تلك العلامات بشكل صحيح، و لكن ليس هناك من مجموعة $\{x^i\}_{i=1}^q$ نتوجد حيث تحقق هذه الخاصية $d < q$. بطريقة اخرى يمكن القول ان الحد VC هو حجم المجموعة الثانوي الأكبر X المقسمة من قبل H (بحيث انه تم تطبيق كل إنقسام محتمل). يُقاس الحد VC قدرة المجموعة H من الوظائف. إذا كان بالإمكان لأي عدد N ايجاد عدد N من النقاط $\mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_N$ والتي يُمكن أن ترتفع في كل الطرق المحتملة، $2N$ فانه يمكن ان نقول بأن الحد VC للمجموعة هو لانهائي.

مثال على الحد VC

لنفترض بأن البيانات موجودة في الفضاء \mathbf{R}^2 ، والمجموعة $\{h(\mathbf{x}, \alpha)\}$ تتكون من الخطوط المستقيمة الموجهة، (مميزات خطية). من الواضح انه بينما هو محتمل لإيجاد ثلاث نقاط التي يُمكن أن تقسم بهذه المجموعة من الوظائف، لكنه ليس محتملاً لإيجاد أربعة نقاط. و هكذا الحد VC لمجموعة مميزات خطية في \mathbf{R}^2 هو ثلاث.



الرسم رقم 57.

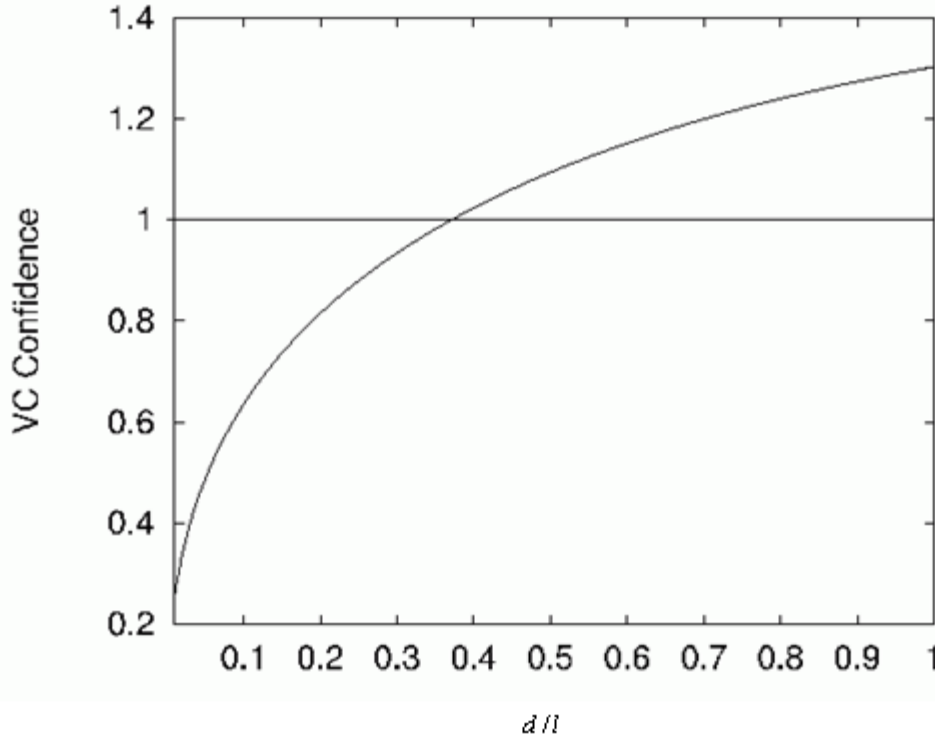
النظرية 1 تعتبر بعض مجموعة النقاط m في \mathbf{R}^n . نختار أي واحدة من النقاط كأصل. ان النقاط m يُمكن أن تقسم من قبل مستويات موجهة إذا وفقط إذا كانت موجّهات موقع النقاط الباقية مستقلة بشكل خطي. البديهية: إنَّ البعد VC لمجموعة المستويات الموجهة في \mathbf{R}^n هو $n + 1$ ، بحيث يمكن أن نختار دائماً عدد $n + 1$ من النقاط، وبعد ذلك نختار إحدى النقاط كأصل، في مثل هذه الحالة فان موجّهات موقع النقاط الباقية تكون مستقلة بشكل خطي، لكن لا يُمكن أن أبدأ اختيار عدد $n + 2$ من النقاط. البعد VC يُمكن أن يكون لانهاية حتى عندما يكون عدد عوامل مجموعة وظائف الفرضية $\{h(\mathbf{x}, \alpha)\}$ منخفض.

$$\text{مثال: } h(\mathbf{x}, \alpha) \equiv \text{sgn}(\sin(\alpha \mathbf{x})), \quad \mathbf{x}, \alpha \in \mathbf{R}$$

لأي عدد صحيح l مع أي علامات $y_1, \dots, y_l, \quad y_i \in \{-1, 1\}$ فيمكننا أن نجد عدد l من النقاط والعامل α بحيث أن هذه النقاط يُمكن أن تُفَرِّم من قبل $h(\mathbf{x}, \alpha)$. هذه النقاط هي: $x_i = 10^{-i}, \quad i = 1, \dots, l$. والعامل هو:

$$\alpha = \pi \left(1 + \sum_{i=1}^l \frac{(1 - y_i) 10^i}{2} \right)$$

تقليل الحد بتقليل d



الرسم رقم 58.

ثقة VC (التعبير الثاني في المعادلة (3)) يعتمد على d/l أعطى 95 % من مستوى الثقة ($\delta = 0.05$) ويفترض عينة التدريب من حجم 10000. فيجب أن نختار آلة التعلم التي مجموعتها من الوظائف لها قيمة أقل ما يمكن من d . لـ $d/l > 0.37$ ($\delta = 0.05$, $l = 10000$) فإن ثقة $VC < 1$. وهكذا لأعلى d/l الحد ليس ضيق.

تخفيض حد الخطر الهيكلي

إيجاد آلة تعلّم مع القيمة الأقل لحدّ الأعلى على الخطر الفعلي يقودنا إلى طريقة إختيار آلة مثالية للمهمة المعطية. هذه الفكرة ضرورية لتحقيق حدّ الخطر الأدنى الهيكلي (SRM). لنفترض أن $H_1 \subset H_2 \subset H_3 \subset \dots$ هي سلسلة مجموعات فرعية متداخلة من الفرضيات التي أبعاد الـ VC الخاصة بها تحقق الشرط التالي: $1 < d_2 < d_3 < \dots$ فإن من مهام SRM إيجاد المجموعة الثانوية من الوظائف التي تقلّل الحدّ الأعلى على الخطر الفعلي. هذا يمكن أن يُعمل بتدريب سلسلة من الآلات، بواقع واحد لكل مجموعة ثانوية، حيث أن الهدف من التدريب للمجموعة الثانوية المُعطاة هو تقليل الخطر التجريبي. بعد ذلك نأخذ الآلات المدربة في سلسلة حسب القيم الأقل للخطر التجريبي والثقة VC.

الهامش

خطأ التصنيف

من الواضح بأن خطأ وظيفة التصنيف h للمشكلة القابلة للتقسيم هو التالي:

$$\varepsilon = O\left(\frac{d}{l}\right)$$

الهامش المرسنة على الحدود يحسب بالصيغة التالية:

$$\varepsilon = O\left(\frac{1}{l}\left(\frac{R}{\bar{\gamma}}\right)^2\right)$$

حيث:

$$\bar{\gamma} = \min_i \frac{y_i f(\mathbf{x}_i)}{\|\mathbf{w}\|} \quad f(\mathbf{x}) = \langle \mathbf{w}, \mathbf{x} \rangle + b$$

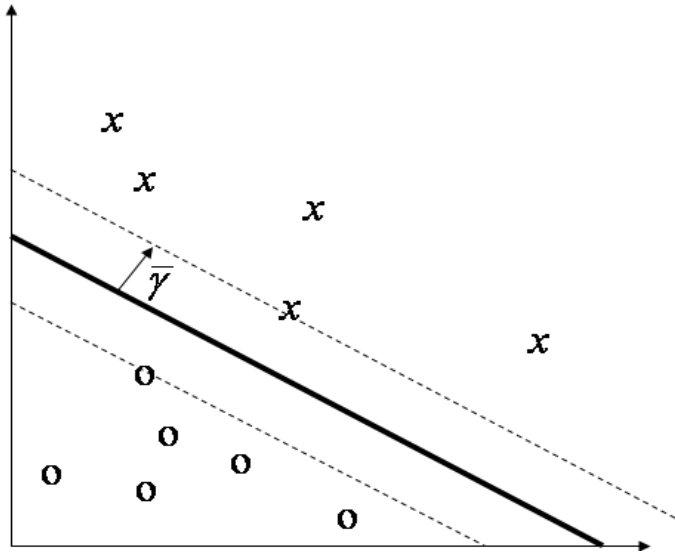
مقسم الهامش الأعلى

نقليل خطر الملائمة (التوافق) باختيار مستوى الهامش الأعلى في فضاء الميزات. الميزة الثالثة لآلية موجه الدعم هي بأنها تبيد الهامش. آلية موجه الدعم تتحكم بالقدرة وذلك بزيادة الهامش، وليس بتخفيض عدد الهرجات.

نوعان من الهامش
الهامش الوظيفي والهندسي:

$$\text{func. margin} = \min y_i f(x_i),$$

$$\text{geom. margin} = \bar{\gamma}_i = \min \frac{y_i f(x_i)}{\|\mathbf{w}\|} \quad (1)$$

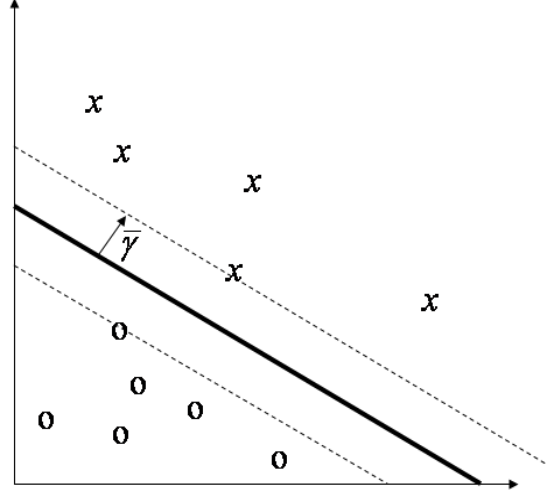


الرسم رقم 59. الهامش الاعظمي = المعيار الادنى

تعريف المستوي (w, b) لا يتغير إذا نحن غيرنا مقياسه إلى (lw, lb)، لـ $\lambda > 0$. يعتمد الهامش الوظيفي على المقياس، لكن الهامش الهندسي لا يعتمد عليه. إذا ثبتنا الهامش الوظيفي (بتغيير المقياس) إلى 1، فإن الهامش الهندسي سيكون مساويًا لـ $1/\|\mathbf{w}\|$. لذلك، نحن سنزيد الهامش بتقليل المعيار $\|\mathbf{w}\|$.

المسافة بين الهيكلين المحدبين

$$\begin{aligned}\langle w, x^+ \rangle + b &= +1 \\ \langle w, x^- \rangle + b &= -1 \\ \langle w, (x^+ - x^-) \rangle &= 2 \\ \left\langle \frac{w}{\|w\|}, (x^+ - x^-) \right\rangle &= \frac{2}{\|w\|}\end{aligned}$$



الرسم رقم 60.

المشكلة الأساسية تتلخص بتخفيض:

$$\langle w, w \rangle \quad (2)$$

بالتطبيق نحصل على المعادلة التالية:

$$y_i(\langle w, x_i \rangle + b) \geq 1 \quad (3)$$

نظرية التحسين (تحقيق الأمثلية)

تعريف (مشكلة التحسين الأساسية)

الوصول إلى القيمة الأدنى:

بالتطبيق نحصل على:

$$\begin{array}{lll} \text{دالة الهدف} & L_p(w), w \in \Omega & \\ \text{عدم مساواة} & g_i(w) \geq 0 & i=1, \dots, k \\ \text{مساواة} & h_i(w) = 0 & i=1, \dots, m \end{array}$$

المطابقة $g_i(w) \geq 0$ نشيطة إذا الحل يحقق الشرط $g_i(w^*) = 0$ فيها عدا ذلك فليكنها خاملة.

لتحويل عدم المساواة إلى المساواة نستخدم "متغيرات بطيئة" ξ_i فتأخذ المعادلة الشكل التالي:

$$g_i(w) \geq 0 \Leftrightarrow g_i(w) + \xi_i = 0, \text{ with } \xi_i \geq 0$$

المشكلة في إيجاد مستوي الهامش الأعلى: تتعلق في تحقيق الأمثلية المقيدة (برمجة خطية من الدرجة الثانية) يمكن هنا إستعمل نظرية لاغرانج (أو نظرية Karush-Kuhn-Tucker)

Lagrangian:

$$\begin{aligned} L_p(w) &= \frac{1}{2} \langle w, w \rangle - \sum \alpha_i [y_i (\langle w, x_i \rangle + b) - 1] \\ \alpha &\geq 0 \end{aligned} \quad (4)$$

الانتقال من الأساسي إلى الثنائي

تخفيض $L_p(w)$ فيما يتعلق ب w, b ويتطلب ذلك اشتقاق $L_p(w)$ فيما يتعلق بكل α_i المتوارية، وكل ما هو عرضة للشرط $\alpha_i \geq 0$.

تُمييز (w) Lp:

$$\frac{\partial L_p}{\partial \mathbf{w}} = 0, \quad (5)$$

$$\frac{\partial L_p}{\partial b} = 0 \quad (6)$$

$$\mathbf{w} = \sum_i \alpha_i y_i x_i \quad (7)$$

$$\sum_i \alpha_i y_i = 0 \quad (8)$$

بلستبدال هذه المساواة إلى (w) Lp سيكون عندنا مشكلة ثنائية.

المشكلة الثنائية

الوصول الى القيمة الاعلى:

$$L_D = \sum_i \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j y_i y_j \langle x_i x_j \rangle \quad (9)$$

$$\alpha_i \geq 0 \quad (10) \quad \text{وهذا خاضع لـ :}$$

$$\sum_i \alpha_i y_i = 0 \quad (11)$$

نعود ثانية الى مشكلة الثنائية وهنا يُمكن أن نستعمل نظرية الألباب. قيمة b لا تظهر في المشكلة الثنائية ولذا إذا وجدت b فهي من القيود الأساسية

$$b = - \frac{\max_{y_i=-1} (\langle \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_i \rangle) + \min_{y_i=1} (\langle \mathbf{w} \cdot \mathbf{x}_i \rangle)}{2}$$

التحدّب

إذا كانت الدالة f محدّبة، فإن أي حدّ أدنى محلي \mathbf{w}^* من مشكلة تحقيق الأمثلية المنطلقة بالدالة الموضوعية f أيضاً هو حدّ أدنى واسع، وذلك لأي $\mathbf{u} \neq \mathbf{w}^*$. بتعريف الحدّ الأدنى المحلي فإنه هناك يوجد θ الذي يعتبر بما فيه الكفاية قريب من الـ 1:

$$f(\mathbf{w}^*) \leq f(\theta \mathbf{w}^* + (1-\theta)\mathbf{u}) \leq \theta f(\mathbf{w}^*) + (1-\theta)f(\mathbf{u})$$

يترتب على ذلك: $f(\mathbf{w}^*) \leq f(\mathbf{u})$

عليه ممكن القول ان المجموعة $\Omega \subset \mathbf{R}^n$ تُدعى محدّبة إذا تحقق الشرط التالي: $\forall \mathbf{w}, \mathbf{u} \in \Omega$ ولأي $\theta \in (0,1)$ فإن النقطة تحقق التالي: $(\theta \mathbf{w} + (1-\theta)\mathbf{u}) \in \Omega$. مشكلة تحقيق الأمثلية والتي فيها المجموعة Ω ، هي الدالة الموضوعية وكل القيود محدّبة فإنه يمكن القول انها محدّبة.

إن المشكلة (2)، (3) a مشكلة تحقيق أمثلية من الدرجة الثانية. محدّب، لا حدود دنيا محلية. التحدّب ملكية أساسية لآلية موجه الدعم والقابلة للحل في الوقت المتعدّد الحدود.

شروط Karush-Kuhn-Tucker (KKT)

خصائص الحَلِّ في المعادلات الأساسية (2)، (3):

- شروط KKT \hat{d} where $\hat{d} = 1, \dots, \hat{d}$, $i = 1, \dots, l$ هي مُعدِّية البيانات

$$\frac{\partial}{\partial w_v} L_p = w_v - \sum_i \alpha_i y_i x_{iv} = 0 \quad (12)$$

$$\frac{\partial}{\partial b} L_p = -\sum_i \alpha_i y_i = 0 \quad (13)$$

$$y_i(\langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_i \rangle + b) - 1 \geq 0 \quad (14)$$

$$\alpha_i \geq 0 \quad \forall i \quad (15)$$

$$\alpha_i[y_i(\langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_i \rangle + b) - 1] = 0 \quad \forall i \quad (16)$$

(16) هو شرط KKT المكمل

- حَلَّ مشكلة آلية موجه الدعم مكافئة لإيجاد حَلِّ شروط KKT
- يُكَيِّفُ KKT حالة بحيث ان حلول مثالية $\alpha_i(\mathbf{w}, b)$ يَجِبُ أَنْ تحقق

$$\alpha_i[y_i(\langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_i \rangle + b) - 1] = 0 \quad \forall i \quad (16)$$

- هذا يَدُلُّ على التناثر (الضالة): بحيث انه فقط للمدخلات \mathbf{x}_i التي يعتبر الهامش الوظيفي واحد والذي يطابق α_i المغايرة للصفر. هذه المدخلات تسمى موجّهات الدعم.

- المستوى المثالي يُمكن أَنْ يظهر في التمثيل الثنائي تحت شروط هذه مجموعة الثانوية من العوامل:

$$f(\mathbf{x}, \mathbf{a}, b) = \sum_{i=1}^l y_i \alpha_i \langle \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x} \rangle + b = \sum_{i \in \text{SV}} y_i \alpha_i \langle \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x} \rangle + b$$

- النتيجة المهمة الأخرى: لـ $j \in \text{SV}$ هي المعادلة التالية:

$$y_j f(\mathbf{x}_j, \mathbf{a}, b) = y_j \left(\sum_{i \in \text{SV}} y_i \alpha_i \langle \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x}_j \rangle + b \right) = 1$$

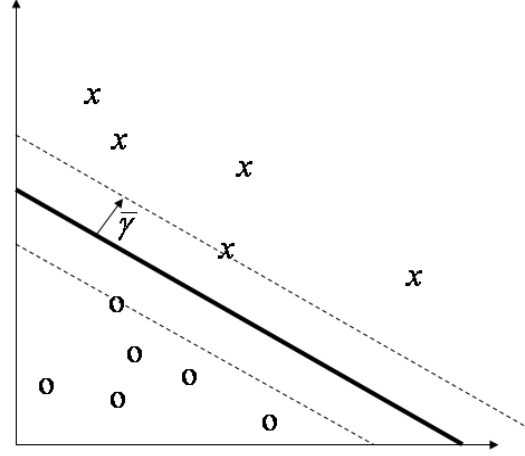
لذا

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{w} \cdot \mathbf{w} \rangle &= \sum_{i,j=1}^l y_i y_j \alpha_i \alpha_j \langle \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x}_j \rangle = \sum_{j \in \text{SV}} \alpha_j y_j \sum_{i \in \text{SV}} \alpha_i y_i \langle \mathbf{x}_i \cdot \mathbf{x}_j \rangle \\ &= \sum_{j \in \text{SV}} \alpha_j (1 - y_j b) = \sum_{j \in \text{SV}} \alpha_j \end{aligned}$$

وهكذا

$$\bar{\gamma} = 1 / \|\mathbf{w}\|_2 = \left(\sum_{j \in \text{SV}} \alpha_j \right)^{-1/2}$$

نَدُلُّ شروط KKT على التناثر.



الرسم رقم 61. التناثر: هي الملكية الأساسية الأخرى لآلية موجه الدعم

خصائص آلية موجه الدعم - الخلاصة

- الثنائية
- الألباب
- الهامش
- النحدب
- التناثر

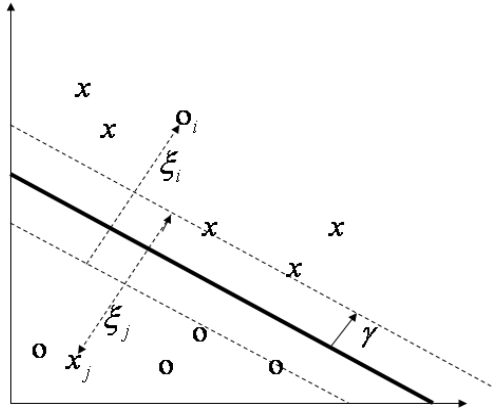
حالة عدم القابلية للتقسيم

في حالة البيانات الغير قابلة للتقسيم في فضاء الميزات، الدالة الموضوعية تنمو بشكل إعتباطي لتصبح كبيرة. لذا نحن نرغب في تخفيف القيود (3)، لكن فقط عندما يكون هذا ضروري، وبمعنى آخر: لتقليل كلفة هذا العمل. Cortes و Vapnik، قدّموا متغيرات بطيئة ξ_i , $i=1, \dots, l$ في القيود:

$$\xi_i = \max(0, 1 - y_i (\langle \mathbf{w}, x_i \rangle + b)) \quad (17)$$

خطأ التعميم هو:

$$\varepsilon \leq \frac{1}{l} \frac{\left(R + \sqrt{\sum \xi_i^2}\right)^2}{\bar{\gamma}^2} \quad (18)$$



الرسم رقم 62.

لوقوع الخطأ، فإن القيمة لـ ξ_i يجب أن تتجاوز الـ 1. وكذلك $\sum_i \xi_i$ وهو الحد الأعلى لعدد أخطاء التدريب. لذا الدالة الموضوعية مُتَغَيِّرَةٌ مِنْ $\|w\|^2 / 2$ وحتى $\|w\|^2 / 2 + C \sum_i \xi_i^k$ حيث أن C هي عامل. لأي عدد إيجابي k هي مشكلة تعدب. (لـ $k=2$ أو $k=1$ هي أيضاً مشكلة برمجة خطية من الدرجة الثانية).

مقسم الهامش اللطيف

المشكلة الأساسية لـ $k=2$ هي تخفيض الصيغة التالية:

$$\frac{1}{2} \langle w, w \rangle + C \sum_i \xi_i^2 \quad (20)$$

والخاضع للتالي:

$$y_i (\langle w, x_i \rangle + b) \geq 1 - \xi_i \quad (21)$$

المشكلة الأساسية لـ $k=1$ هي تخفيض الصيغة التالية:

$$\frac{1}{2} \langle w, w \rangle + C \sum_i \xi_i \quad (22)$$

والخاضع للتالي:

$$y_i (\langle w, x_i \rangle + b) \geq 1 - \xi_i \quad (23)$$

$$\xi_i \geq 0$$

بالنسبة لـ $k=1$ فإن ξ_i لا يظهر في المعادلة الثنائية

عليه تكون معادلة Lagrangian للهامش اللطيف للمعيار 1 هي التالية:

$$L_p(w, b, \xi, \alpha, r) = \frac{1}{2} \langle w, w \rangle + C \sum_i \xi_i - \sum_i \alpha_i [y_i (\langle x_i \cdot w \rangle + b) - 1 + \xi_i] - \sum_i r_i \xi_i \quad (24)$$

بالقيم $\alpha_i \geq 0$ و $r_i \geq 0$ وباستبدال نحصل على المعادلات بالنسبة الى كل من w و b :

$$\frac{\partial}{\partial w} L_p = w - \sum_{i=1}^l \alpha_i y_i x_i = 0 \quad (25)$$

$$\frac{\partial}{\partial \xi_i} L_p = C - \alpha_i - r_i = 0 \quad (26)$$

$$\frac{\partial}{\partial b} L_p = \sum_i \alpha_i y_i = 0 \quad (27)$$

باستبدال المعادلات (25)، (26)، (27) إلى معادلة Lagrangian الأساسية (24) نحن سنحصل على الصيغة

الثنائية لهامش المعيار 1 اللطيف.

المشكلة الثنائية تتمثل بالمعادلة التالية:

$$L_D = \sum_i \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j y_i y_j \langle x_i x_j \rangle \quad (28)$$

$$0 \leq \alpha_i \leq C \quad (29)$$

$$\sum_i \alpha_i y_i = 0 \quad (30)$$

إن شروط KKT هي التالية:

$$\alpha_i [y_i (\langle \mathbf{w}, \mathbf{x}_i \rangle + b) - 1 + \xi_i] = 0 \quad \forall i \quad (31)$$

$$\xi_i (\alpha_i - C) = 0 \quad (32)$$

إن المتغيرات البطيئة تأخذ قيمة مغايرة للصفر فقط عندما تكون $\alpha_i = C$.

تطبيق التقنيات

تحقيق حد أقصى للدالة التربيعية، الخاضعة لشرط المساواة الخطي (التفاوت أيضاً) يمكن ان يعطى بالصيغة التالية:

$$W(\alpha) = \sum_i \alpha_i - \frac{1}{2} \sum_{i,j} \alpha_i \alpha_j y_i y_j K(x_i, x_j)$$

$$0 \leq \alpha_i \leq C$$

$$\sum_i \alpha_i y_i = 0$$

$$\frac{\partial W(\alpha)}{\partial \alpha_i} = 1 - y_i \sum_j \alpha_j y_j K(x_i, x_j)$$

نحن يُمكنُ أَنْ نُريِدَ (للوصول الى الحد الاقصى) $W(\alpha)$ ببساطة بتكرار قاعدة التحديث:

$$\alpha_i \leftarrow \alpha_i + \eta \frac{\partial W(\alpha)}{\partial \alpha_i}$$

الخوارزمية المباشرة لهامش المعيار 1 اللطيف

لتفترض انه لدينا مجموعة التدريب D ونسب التعلم $\eta \in \mathbf{R}^l$ فإن الخوارزمية تكون التالية:

$\alpha \leftarrow 0$

repeat

for $i=1$ to l

$$\alpha_i \leftarrow \alpha_i + \eta_i (1 - y_i \sum_j \alpha_j y_j K(x_i, x_j))$$

$$\text{if } \alpha_i < 0 \text{ then } \alpha_i \leftarrow 0$$

else

$$\text{if } \alpha_i > C \text{ then } \alpha_i \leftarrow C$$

end for

until stopping criterion satisfied (التكرار حتى توقف تحقق المعيار)

return α

التقريب البسيط

تصاعد الهامش يُحدث الوزن الاول بشكل متسلسل بالنسبة للوقت. مما يسمح لنا اعتباره مباشراً. وهذا بدوره يعطي تقريباً ممتازاً في أكثر الحالات. هذا التقريب ممكن أعطائه بالصيغة التالية:

$$\hat{\alpha}_i \leftarrow \alpha_i + \frac{1}{K(x_i, x_i)} \left(1 - y_i \sum_j \alpha_j y_j K(x_i, x_j) \right)$$

القطع الكبيرة والتقسيم الى المركبات الاساسية

الخوارزمية لعمَل طريقةً المجموعة العام:

لدينا مجموعة التدريب D :

$$\alpha \leftarrow 0$$

نختار المجموعة العاملة الإعتباطية $\hat{D} \subset D$ نكرر

نحل مشكلة تحقيق الأمثلية على \hat{D}

نحدد المجموعة العاملة الجديدة المنتقاة من البيانات والتي لا تحقق شروط KKT

حتى توقف تحقق المعيار

نعطي النتيجة α

تحقيق الأمثلية الأدنى التسلسلية SMO .

في كل خطوة من خطوات طريقة تحقيق الأمثلية الدنيا التسلسلية، نقوم بتحديث وزن α_i, α_j بشكل آلي لكي لا تنتهك القيد الخطي:

$$\sum_i \alpha_i y_i = 0$$

تحقيق الأمثلية من الوزنين يؤدي بشكل تحليلي مع اننا نترك معارضة الميل و بدون أغفال القيد الخطي.

التطبيقات:

تمييز الوجه

هنا سنطرح مثال تطبيقي لاستعمال آلية موجه الدعم لتمييز وجه الانسان المتموضع بشكل عامودي و الغير مغطى من الأمام في الصور ذات تدرجات الرمادي. هذا النظام موجه لمعالجة وتمييز الوجوه على مستوى واسع من المقياس و يعمل تحت شروط الإضاءة المختلفة، حتى تحت الظلال القوية باعتدال.

تم التدريب باستعمال آلية موجه الدعم وذلك على قاعدة بيانات انماط الوجه وأنماط نقطتي لغير الوجه. تستعمل مرحلة التدريب خوارزمية التقسيم الى المركبات الاساسية التكرارية. يكتشف النظام الوجوه بمسح الصور بشكل كامل للأنماط شبه - الوجه في العديد من المقاييس المحتملة، وذلك بتقسيم الصورة الأصلية إلى صور ثانوية متداخلة ولتسريعهم تستعمل آلية موجه الدعم لتقرير الصنف الملائم (وجه / غير وجه). المقياس المتعدد يعالج بفحص النوافذ المأخوذة من النسخ المغيرة قياسها (مكبرة او مصغرة) من الصورة الأصلية.

تم اختبار النظام في مجموعتين من الصور: المجموعة الاولى A تحتوي على 313 صورة عالية النوعية بوجه واحد لكل صورة، والمجموعة الثانية B تحتوي على عدد 23 من الصور ذات النوعية المختلطة بما مجموعه 155 وجه. المجموعة A تضمنت عدد 4,669,960 من نوافذ الانماط، بينما المجموعة B تضمنت 5,383,682 من نوافذ الانماط. نتائج الاختبار هي التالية:

الجدول رقم 3.

المجموعة B	المجموعة A	
74.2%	97.1%	نسبة الاكتشاف (التمييز)
20	4	انذار الخطأ

تمييز الرقم المكتوب باليد

سنورد هنا مثال تطبيقي للقراءة الآلية للارقام المكتوبة باليد. وذلك بالمُقَارَنَة بين آلية موجه الدعم مع لبّ Gaussian إلى مقسم دالة القاعدة الشعاعية. لأحد الإختبارات، تم إستعمال قاعدة بيانات مؤلفة مِنْ عدد 9300 رقم مكتوب باليد (7300 عينة، 2000 للإختبار.) استعمل هنا خوارزمية موجه الدعم بتقنيات البرمجة الخطية من الدرجة الثانية القياسية (هبوط الهيل الصرفي). لمقسّات لعدد 10 من الاصناف، النتائج المُخَبِّثَة كانت كالتّالي:

الجدول رقم 4.

نسبة خطأ الاختبار	
6.7%	المراكز العنقودية
4.9%	مراكز موجه الدعم
4.2%	آلية موجه الدعم

شبكات Bayesian

المقدمة

مجال المشكلة مُشكَّل من قِبَل قائمة المتغيّرات X_1, \dots, X_n . المعلومات حول مجال المشكلة مُمَثَّل بالإحتمال المشترك $P(X_1, \dots, X_n)$.

مثال: جرس الإنذار

في كل من حالة السرقة والزلازل، طبعا ليس بشكل عام. كلاهما يُمكن أن يؤدي إلى إطلاق جرس الانذار. لنفترض في هذه الحالة ان هناك جاران محمد و جهاد قد يتّصلان للإخبار عن هذه المشكلة. المشكلة تتلخص بيُخْمِيّ إحتماله الهرة بالإستِزاد على نسبة من يتصل ومن لا يتصل. المتغيّرات: سرقة (B)، زلزال (E)، جرس إنذار (A)، إتصال جهاد (J)، إتصال محمد (M) المعلومات المطلوبة لحلّ المشكلة: $P(B,E,A,J,M)$

الجدول رقم 5.

$P(B, E, A, J, M)$											
B	E	A	J	M	Prob	B	E	A	J	M	Prob
y	y	y	y	y	.00001	n	y	y	y	y	.0002
y	y	y	y	n	.000025	n	y	y	y	n	.0004
y	y	y	n	y	.000025	n	y	y	n	y	.0004
y	y	y	n	n	.000000	n	y	y	n	n	.0002
y	y	n	y	y	.00001	n	y	n	y	y	.0002
y	y	n	y	n	.000015	n	y	n	y	n	.0002
y	y	n	n	y	.000015	n	y	n	n	y	.0002
y	y	n	n	n	.00000	n	y	n	n	n	.0002
y	n	y	y	y	.00001	n	n	y	y	y	.0001
y	n	y	y	n	.000025	n	n	y	y	n	.0002
y	n	y	n	y	.000025	n	n	y	n	y	.0002
y	n	y	n	n	.00000	n	n	y	n	n	.0001
y	n	n	y	y	.00001	n	n	n	y	y	.0001
y	n	n	y	n	.00001	n	n	n	y	n	.0001
y	n	n	n	y	.00001	n	n	n	n	y	.0001
y	n	n	n	n	.000000	n	n	n	n	n	.996

- ما هو احتمال وقوع السرقة بافتراض ان محمد يتصل ليبلغ عن السرقة، ؟ $P(B=y | M=y)$
- نحسب الاحتمال الهامشي: $P(B, M) = \sum_{E, A, J} P(B, E, A, J, M)$
- ولبستعمال تعريف الاحتمال الشرطي نحصل على الجواب:

$$P(B=y | M=y) = P(B=y, M=y) / P(M=y) = 0.61$$

- الصعوبة: التعقيد في البناء والاستدلال النموذجي في مثال جرس الإنذار:
- نحتاج الى 31 عدد ، كما ان حساب $P(M=y|B=y)$ يحتاج الى 29 إضافة.

الجدول رقم 6.

B	M	Prob
y	y	.000115
y	n	.000075
n	y	.00015
n	n	.99971

عُموماً $P(X_1, \dots, X_n)$ نحتاج على الأقل 2 الى عدد $2^n - 1$ لتحديد الاحتمال المشترك . كما نحتاج الى التخزين والاستدلال الأسّي.

الإستقلال الشرطي

للتغلب على مشكلة الحجم الأسّي بإستغلال الإستقلال الشرطي نستخدم قاعدة السلسلة من الإحتمالات:

$$\begin{aligned} P(x) &= P(x_1, \dots, x_n) \\ &= P(x_1)P(x_2|x_1)P(x_3|x_1, x_2) \dots \\ &= \prod P(x_i|x_1, \dots, x_{i-1}), i=1 \dots n \end{aligned}$$

الإستقلال الشرطي في مجال المشكلة: يَسمحُ المجالُ عادةً بتمييز المجموعة الثانوية $\{X_1, \dots, X_{i-1}\}$ $pa(X_i)$ حيث أن X_i مستقلة لكل المتغيرات $\{X_1, \dots, X_{i-1}\} \setminus pa\{X_i\}$ ، وبمعنى آخر:

$$\begin{aligned} P(X_i | X_1, \dots, X_{i-1}) &= P(X_i | pa(X_i)) \\ P(X_1, \dots, X_n) &= \prod P(X_i | pa(X_i)), i=1, \dots, n \end{aligned}$$

فان:

كنتيجة فان الإحتمال المشترك $P(X_1, \dots, X_n)$ يُمكن أن يُمثل كإحتمالات الشرطية $P(X_i | pa(X_i))$ استمرار المثال:

$$\begin{aligned} P(B, E, A, J, M) &= P(B)P(E|B)P(A|B,E)P(J|A,B,E)P(M|B,E,A,J) \\ &= P(B)P(E)P(A|B,E)P(J|A)P(M|A) \end{aligned}$$

$$pa(B) = \{\}, pa(E) = \{\}, pa(A) = \{B, E\}, pa\{J\} = \{A\}, pa\{M\} = \{A\}$$

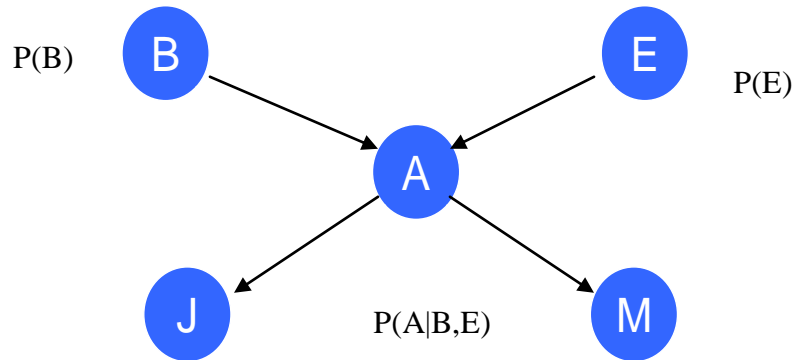
جدول الإحتمال الشرطي يُحدّد: $P(B), P(E), P(A | B, E), P(M | A), P(J | A)$

كنتيجة نحصل على التالي:

- حجم النموذج يُخفّض
- بناء النموذج يصبح أسهل
- الإستدلال يصبح أسهل ايضاً

التمثيل التخطيطي (الجرافيك)

لتمثيل علاقات الإستقلال الشرطية بشكل تخطيطي، نقوم بتنفيذ الرسم البياني التخطيطي برسم قوس من X_j إلى X_i اذا كانت X_j تنتمي الى $pa(X_i)$ كما نربط جدول الإحتمال الشرطي أيضاً $P(X_i | pa(X_i))$ بالعقدة X_j النتيجة: شبكة Bayesian



$$P(J|A)$$

$$P(M|A)$$

الرسم رقم 63.

التعريف الرسمي

شبكة Bayesian هي : رسم بياني متتابع وموجه (DAG)، حيث ان كل عقدة تمثل متغير عشوائي ويرتبط بالاحتمال الشرطي للعقدة التي أعطت أباؤه.

الحس : شبكة بايسين يمكن أن يفهم لرسوم بياني موجه، حيث تمثل الأقواس اعتماد الاحتمال المباشر وغياب القوس يشير إلى استقلال الاحتمال: المتغيرات مستقلة بشكل مشروط عن كل العناصر الغير منحدره من اصل والمعطية أباؤه.

من الرسم البياني اعلاه يمكن ملاحظة التالي: $B \rightarrow E, J \rightarrow B \mid A, J \rightarrow E \mid A$

الإنشاء

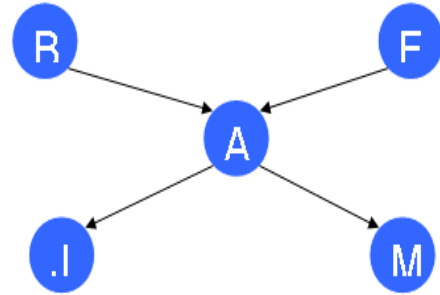
يمكن تلخيص الإجراءات المتعلقة ببناء شبكات بايسن بالتالي:

- نختار مجموعة المتغيرات التي تصف مجال التطبيق
- نختار طريقة طلب المتغيرات
- نبدأ بالشبكة الفارغة ومن ثمة نضيف المتغيرات إلى الشبكة واحد تلو الآخر طبقاً لطريقة الطلب.
- لإضافة المتغير X_i بالتسلسل نقوم بالتالي:
 - نحدد $pa(X_i)$ من المتغيرات في الشبكة (X_1, \dots, X_{i-1}) بحيث ان: $P(X_i \mid X_1, \dots, X_{i-1}) = P(X_i \mid pa(X_i))$ (معرفة مجال مطلوبة هنا)
 - نرسم قوساً من كل متغير في $pa(X_i)$ إلى X_i

مثال:

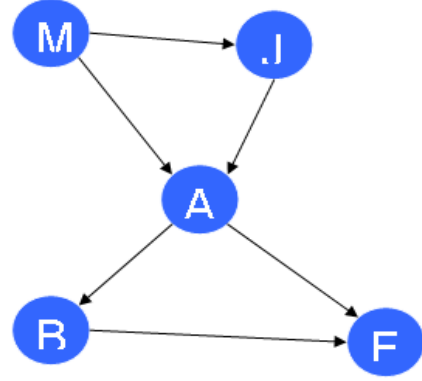
Order: B, E, A, J, M

- $pa(B)=pa(E)=\{\}, pa(A)=\{B,E\}, pa(J)=\{A\}, pa\{M\}=\{A\}$

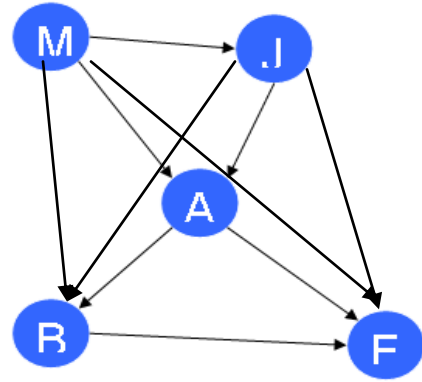


Order: M, J, A, B, E

- $pa\{M\}=\{\}, pa\{J\}=\{M\}, pa\{A\}=\{M,J\}, pa\{B\}=\{A\}, pa\{E\}=\{A,B\}$



Order: M, J, E, B, A
رسم بياني مُرتَّب بالكامل



الرسم رقم 63.

اي من المتغيرات نطلب؟

- الطبيعى لتقييم (تخمين) الاحتمال M, J, E, B, A سيئ بسبب ان الاحتمال $P(B | J, M, E)$ ليس طبيعى
- رقل عدد الأقواس M, J, E, B, A ايضا هو سيئ (الكثير من الأقواس)، الأول افضل.
- نستعمل علاقة عادية: حيث ان السبب يأتي قبل تأثيراتهم M, J, E, B, A سيئ لأن M و J يؤثران على A لكن يأتي قبل A .

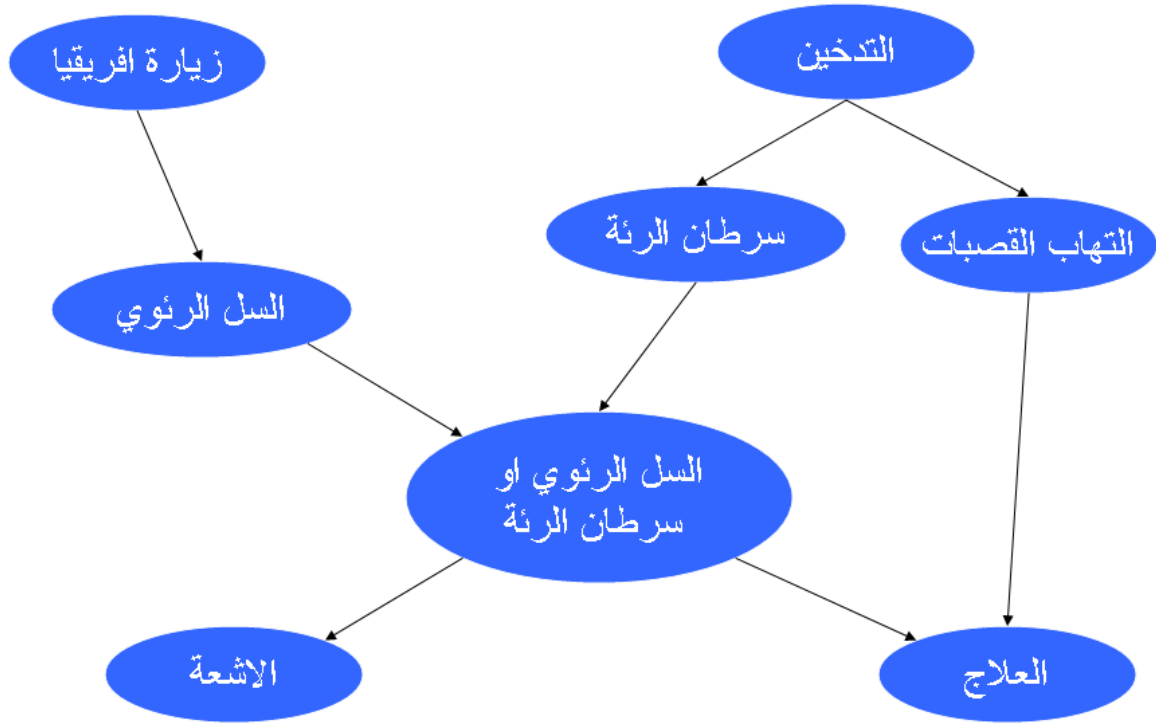
شبكات Bayesian العادية

شبكة Bayesian السببية، أو الشبكات السببية البسيطة، هي شبكة Bayesian التي ترجمت أقواسها كإشارة إلى علاقات تأثير-السبب

بنية الشبكة السببية: لبناء هذا النوع من الشبكات نقوم بالتالي:

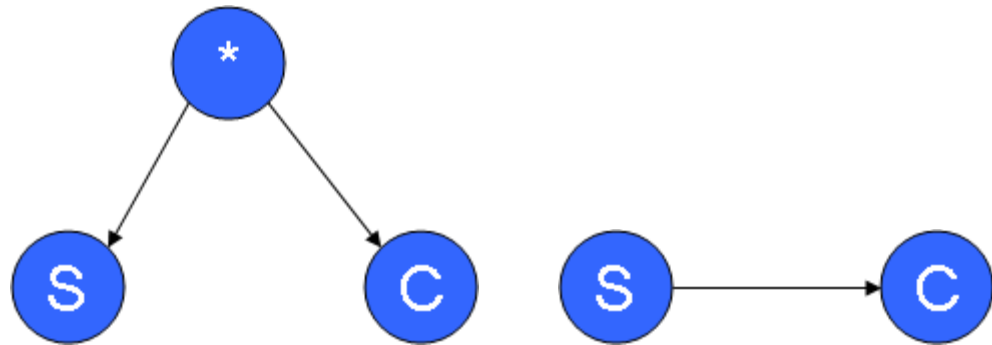
- نخلط مجموعة المتغيرات التي تصف المجال
- نرسم قوساً إلى المتغير من كل من أسبابه المباشرة (تتطلب معرفة المجال)

المثال



الرسم رقم 64.

- السببية ليست مبدأ مفهوماً جداً:
- ليست مقبولة بشكل واسع.
 - لا إجماع على أنها خاصية العالم أو مفهوم في عقولنا
- العلاقات السببية أحياناً واضحة:
- جرس الإنذار يَدْفَعُ الناس إلى الخروج من البناء.
 - يُسَبِّبُ سرطانُ الوثةِ كتلةً على اشعة الصدر السينية.
 - بينما في الأوقات الأخرى، هي ليست واضحة.
 - يَعتقدُ الأطباءُ بأن التدخين يسبب سرطان الوثة لكن صناع التبغ لهم رؤيا مختلفة:



رؤية صناع التبغ

رؤية الطب
حيث تشير S الى التدخين، بينما C الى السرطان

الرسم رقم 65.

الاستدلال

لدينا هنا بعض الاستفسارات عن شبكات بايسين: لاحظنا قِيمَ بَعْضِ المتغيّرات ، فما هي توزيعات الإحتمال اللاحقة للمتغيّرات الأخرى؟

المثال: نأخذ مثال جرس الإنذار: ماهي إحتماله السرقه $P(B|J=y, M=y)$ ؟

الشكل العام للإستفسار هو $P(Q | E = e) = ?$

حيث ان Q هي قائمة متغيّرات الإستفسار، E قائمة متغيّرات الدليل، e يَدُلُّ على المتغيّرات المُلاحَظَة.

أنواع الإستدلال

- الإستدلال التشخيصي: $P(B | M = y)$
 - الإستلال التنبؤي / العادي: $P(M | B = y)$
 - إستدلال السببي (بين عدة أسباب لتأثير مشترك) $P(B | A = y, E = y)$
 - الإستدلال المُختَلَط (يَجْمَعُ نوعان أو أكثر من الانواع الواردة اعلاه) $P(A | J = y, E = y)$ (تشخيصي وعادي)
- كُلّ الأنواع يتم مُعالجتها بالطريقة نفسها

الإستدلال الساذج

- الخوارزمية الساذجة لحلّ $P(Q|E = e)$ في شبكات بايسين هي التالية:
- نحصلُ على توزيع الإحتمال $P(X)$ على كُلّ المتغيّرات X بمُضَاعَفَة الإحتمالات الشرطية

$$P(Q|E) = P(Q,E)/P(E) = P(Q,E)/\sum_q P(q,E)$$

- تركيب (بنية) شبكات بايسين لَمْ تُشْغَلْ، للعديد مِنْ المتغيّرات، مما يؤدي الى ان الخوارزمية لَيْسَتْ عملية
- الإستدلال المضبوط عموماً هو شبكات بايسين القاسية.

مثال بسيط

الإحتمالات الشرطية: $P(A), P(B|A), P(C|B), P(D|C)$

الإستفسار: $P(D) = ?$

$$\begin{aligned} P(D) &= \sum_{A, B, C} P(A, B, C, D) \\ &= \sum_{A, B, C} P(A)P(B|A)P(C|B)P(D|C) \quad (1) \\ &= \sum_C P(D|C) \sum_B P(C|B) \sum_A P(A)P(B|A) \quad (2) \end{aligned}$$

التعقيد:

$$\text{إستعمال (1): } 2^3 + 2^2 + 2$$

$$\text{إستعمال (2): } 2+2+2$$

مع ذلك فان الإستدلال المضبوط عموماً هو شبكة بايسين القاسية، في بعض الحالات المشكلة هي طريق الوصول او إمكانية الوصول، ومثال على ذلك: - إذا كان لدينا شبكة بايسين التي لها تركيب الشجرة- المتعدد فان الخوارزمية الكفوءة يمكن ان توجّد (الشجرة المتعددة هي رسم بياني متكرر و الذي لا يوجد فيه عقدتان لهما أكثر مِنْ طريق واحد بينهما). النظرية العملية الأخرى: هي المحاكاة .

خوارزمية العينات العامة

ل i = 1 إلى n (For i = 1 to n)

1. نبحث عن أباء ($X_p(i, 1), \dots, X_p(i, n)$)

2. نبتدعي القيم التي كانت معطاة لهؤلاء الأبناء بشكل عشوائي
3. نبحت في الجدول لـ $P(X_i | X_p(i, 1)=x_p(i, 1), \dots, X_p(i, n)=x_p(i, n))$
4. نضع x_i بشكل عشوائي طبقاً لهذا الإحتمال

المحاكاة

نريد معرفة الاحتمالية $P(Q = q | E = e)$ ، لذلك نحن نعمل الكثير من العيّنات العشوائية والإحصاء:

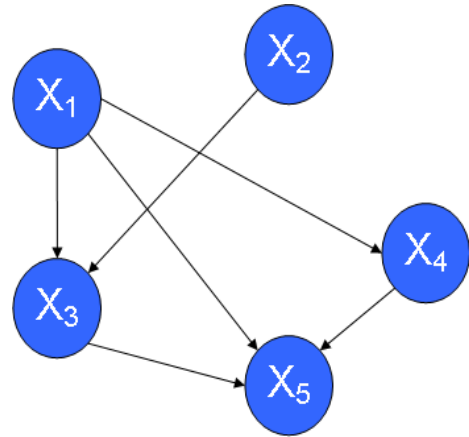
- N_c هي عدد العينات التي فيها $E = e$
 - N_s هي عدد العينات التي فيها $Q = q$ و $E = e$
 - N هي عدد العينات العشوائية
- إذا كان N كبير بما فيه الكفاية فإن :
- N_c / N هي التخمين الجيد لـ $P(E = e)$
 - N_s / N هي التخمين الجيد لـ $P(Q = q, E = e)$
 - N_s / N_c هي التخمين الجيد لـ $P(Q = q | E = e)$

تعليل العوامل

مثال:

لنفترض انه لدينا تركيب شبكة بايسين، و شبكة معلومات : حيث ان ؟ تعني قيم مفقودة .

X1	X2	X3	X4	X5
0	0	1	1	0
1	0	0	1	0
0	?	0	0	?
...

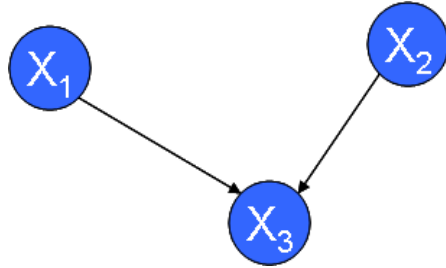


تَقَمِّيْ الاحتمالات الشرطية $P(X_i | pa(X_i))$

- نمعن النظر في القضايا ذات البيانات الكاملة
- نستعمل خوارزمية الاحتمال الأقصى (ML) وتقدير بايسين
- نمط التعلّم:
 - التعلّم المتسلسل
 - التعلّم بلدفة
- تقدير Bayesian مناسب لكل من نوعي التعلم المتسلسل والتعلّم بالدفعة
- خوارزمية الحد الأقصى مناسب فقط في حالة التعلّم بلدفة

الحد الأقصى في شبكات بايسين ذات البيانات الكاملة:

- n عدد المتغيرات X_1, \dots, X_n
 - عدد الحالات هو $X_i: r_i = |\Omega_{X_i}|$
 - عدد ترتيبات الأباء هو $X_i: q_i = |\Omega_{pa(X_i)}|$
 - العوامل المطلوب ان تُحْمَن: $k = 1, \dots, r_i$; $j = 1, \dots, r_i$; $k = 1, \dots, q_i$
- $\theta_{ijk} = P(X_i = j | pa(X_i) = k)$, $i = 1, \dots, n$; $j = 1, \dots, r_i$; $k = 1, \dots, q_i$
- مثال: لنعبر شبكة بايسين و نفترض ان كل المتغيرات ثنائية و تأخذ القيم 1، 2.
- $\theta_{ijk} = P(X_i = j | pa(X_i) = k)$
- حيث K هو عدد ترتيب الأباء.



الرسم رقم 67.

$$\begin{aligned} \theta_{111} &= P(X_1=1), \theta_{121} = P(X_1=2) \\ \theta_{211} &= P(X_2=1), \theta_{221} = P(X_2=2) \\ pa(X_3) = 1 : \theta_{311} &= P(X_3=1 | X_1 = 1, X_2 = 1), \theta_{321} = P(X_3=2 | X_1 = 1, X_2 = 1) \\ pa(X_3) = 2 : \theta_{312} &= P(X_3=1 | X_1 = 1, X_2 = 2), \theta_{322} = P(X_3=2 | X_1 = 1, X_2 = 2) \\ pa(X_3) = 3 : \theta_{313} &= P(X_3=1 | X_1 = 2, X_2 = 1), \theta_{323} = P(X_3=2 | X_1 = 2, X_2 = 1) \\ pa(X_3) = 4 : \theta_{314} &= P(X_3=1 | X_1 = 2, X_2 = 2), \theta_{324} = P(X_3=2 | X_1 = 2, X_2 = 2) \end{aligned}$$

الحالة الكاملة: $D1$ هو موجه القيم، بواقع واحد لكل متغير (كل البيانات معروفة).

مثال: $D1 = (X_1 = 1, X_2 = 2, X_3 = 2)$

يفرض انه مُعطى: مجموعة الحالات الكاملة: $D = \{D1, \dots, Dm\}$ فإن المطلوب هو البحث عن تخمين الاحتمال الأقصى للعوامل θ .

الحد الأقصى اللوغاريتمي يمكن الحصول عليه حسب الاحتمالية التالية:

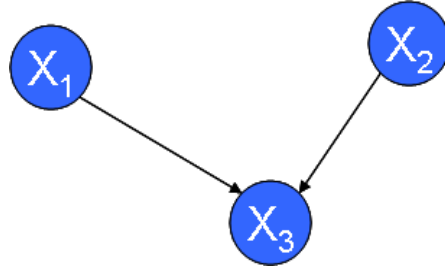
$$\begin{aligned} l(\theta | D) &= \log L(\theta | D) = \log P(D | \theta) \\ &= \log \prod_i P(D_i | \theta) = \sum_i \log P(D_i | \theta) \end{aligned}$$

ان تعبير اللوغاريتم $P(DI | \theta)$:

$$\begin{aligned} D4 &= (1, 2, 2) - \\ \log P(D4 | \theta) &= \log P(X1 = 1, X2 = 2, X3 = 2 | \theta) \\ &= \log P(X1=1 | \theta) P(X2=2 | \theta) P(X3=2 | X1=1, X2=2, \theta) \\ &= \log \theta_{111} + \log \theta_{221} + \log \theta_{322} \end{aligned}$$

ويكون الإستدعاء هو التالي:

$$\theta = \{\theta_{111}, \theta_{121}, \theta_{211}, \theta_{221}, \theta_{311}, \theta_{312}, \theta_{313}, \theta_{314}, \theta_{321}, \theta_{322}, \theta_{323}, \theta_{324}\}$$



الرسم رقم 68.

نعرف الدالة المميزة لـ DI حسب الصيغة التالية:

$$\chi(i, j, k : DI) = \begin{cases} 1 & \text{if } X_i = j, pa(X_i) = k \text{ in } DI \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

عندما تكون $I = 4, D4 = \{1, 2, 2\}$

$$\chi(1,1,1:D4) = \chi(2,2,1:D4) = \chi(3,2,2:D4) = 1,$$

$$\chi(i, j, k : D4) = 0 \text{ لكل الآخرين } i, j, k$$

عليه فإن اللوغاريتم يأخذ الصيغة التالية: $\log P(D4 | \theta) = \sum_{ijk} \chi(i, j, k : D4) \log \theta_{ijk}$ و عموماً يمكن إعطاء الصيغة التالية:

$$\log P(DI | \theta) = \sum_{ijk} \chi(i, j, k : DI) \log \theta_{ijk}$$

نعرّف: $m_{ijk} = \sum_l \chi(i, j, k : DI)$ وهو عدد حالات البيانات عندما يكون: $X_i = j, pa(X_i) = k$ ومن ثم:

$$\begin{aligned} l(\theta | D) &= \sum_l \log P(DI | \theta) \\ &= \sum_l \sum_{i,j,k} \chi(i, j, k : DI) \log \theta_{ijk} \\ &= \sum_{i,j,k} \sum_l \chi(i, j, k : DI) \log \theta_{ijk} \\ &= \sum_{i,j,k} m_{ijk} \log \theta_{ijk} = \sum_{i,k} \sum_j m_{ijk} \log \theta_{ijk} \end{aligned}$$

بعد ذلك علينا إيجاد:

$$\arg\max_{\theta} l(\theta | D) = \arg\max_{\theta_{ijk}} \sum_{i,k} \sum_j m_{ijk} \log \theta_{ijk}$$

لنفترض بأن $\theta_{ijk} = P(X_i = j | pa(X_i) = k)$ ليست متعلقة بـ $\theta_{i'j'k}$ والمشرطة بأن $i \neq i'$ أو $k \neq k'$ وبالتالي نحن يمكن أن نُريد وبشكل مُنفصل كل من التعابير (الحدود) في صيغة المجموع $\sum_{i,j,k} m_{ijk} \log \theta_{ijk}$

$$\arg\max_{\theta_{ijk}} \sum_j m_{ijk} \log \theta_{ijk}$$

و كنتيجة يكون عندنا الصيغة التالية:

$$\theta_{ijk}^* = \frac{m_{ijk}}{\sum_j m_{ijk}}$$

بكلمات، يمكن القول ان تخمين الحد الأقصى لـ $\theta_{ijk} = P(X_i = j | pa(X_i) = k)$ هو :
عدد الحالات حيث $pa(X_i) = k$ / عدد الحالات حيث $X_i = j$ and $pa(X_i) = k$

الإرباك الهندسي

النظريات الرئيسية في عملية التمييز :

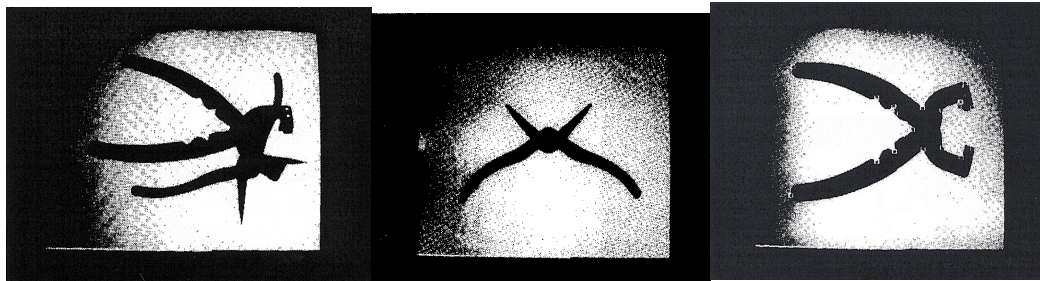
- التعرف على الانماط
- الثوابت
- الإصطفاف
- التحليل الى المركبات (الاجزاء) الاساسية
- الوصف (التصنيف) الوظيفي

الإرباك الهندسي

هو تقنية للتمييز والمبني على أساس النموذج للتعرف على الأجسام الثلاثية الابعاد. من نقاط وجهة نظر مجهولة و التي تستعمل صور التدرجات الرمادية. هذه التقنية من التمييز مفيدة خصوصاً لتمييز المشاهد التي تحتوي على اجسام متداخلة وأجسام المغلفة جزئياً. تعتبر هذه التقنية خوارزمية مماثلة كفوءة و التي تقترض اخذ القيمة التقريبية للعنصر القريب. هذه الخوارزمية لها نموذج منفصل لمرحلة المعالجة المبدئية (المعالجة التجهيزية) و مرحلة التمييز وذلك بهدف تخفيض التعقيد المماثل. هذه التقنية مستخدمة بشكل واسع و مجرب بنجاح في التعرف على الأجسام الصناعية المستوية التي تظهر في المشاهد المغلفة المركبة.

تعريف المشكلة

تتعلق المسألة في تمييز الاجسام المبعثرة في المشهد الثلاثي الابعاد. نماذج الأجسام المراد التعرف عليها يفترض ان تكون معروفة مسبقاً. الأجسام في المشهد قد تتداخل ويكون ايضا أغلق بعضها جزئياً بأخر (تموضع الاجسام جزئياً فوق بعضها البعض مما يؤدي الى أجسام مجهولة). كما ان الصورة المدخلة والتي سيعمل عليها قد تؤخذ من وجهة نظر إعتباطية. في هذه المرحلة نحن سنفترض بأننا نتعامل مع الأجسام المستوية فقط.



الرسم رقم 69.

صور لنوعين من الزردطيت ومشهدهم المركب - يُلاحظ مختلف اطوال المقابض في المشهد المركب كما يلاحظ اختلاف تموضع ميلها.

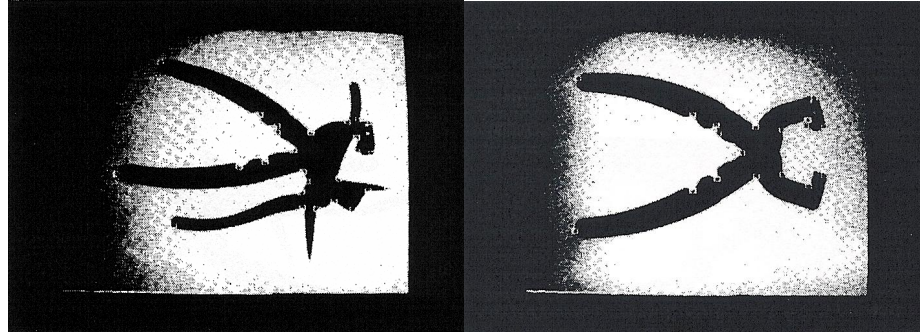
نفترض بأن العمق المركزي للأجسام في المشهد كبير بالمقارنة إلى الطول البوري لآلة التصوير، وان إختلاف عمق الأجسام صغير بالمقارنة إلى عمق مراكزهم. تحت هذه الفرضيات من الجيد معرفة ان التقدير المنظوري (الاسقاط

المنظوري) يُقَرَّبُ بشكل جيدٍ من قبل الاسقاط المتوازي (الإملائي) مع عامل المقياس. لذلك نحن نجد صورتان مختلفتان لنفس الجسم المستوي هما متطابقتان بالبعد الثنائي بشكل قريب. لذلك يكون لدينا مصفوفة A غير مفردة 2×2 و موجه سحب ثنائي الأبعاد b ، بحيث ان كل نقطة x من الصورة الأولى تسحب (تنقل) إلى النقطة المطابقة $Ax + b$ في الصورة الثانية.

تصادفنا مشكلة هنا و تكمن في التالي : للتعرف على الأجسام في المشهد، هناك ضرورة ايجاد و لكل جسم متعرف عليه التحويل القريب الذي يعطي أفضل أقل- المربعات الملائمة بين نموذج الجسم والصورة المحولة له في المشهد.

إختيار نقاط الإهتمام

تستخلص خوارزمية الم تطابقة نقاط الإهتمام من كل من صور الجسم النموذجية و من صورة المشهد لإيجاد أفضل مطابقة بين مجموعات النقاط هذه. طرق إنتزاع هذه النقاط يجب أن تكون معتمدة على قاعدة البيانات. قواعد البيانات المختلفة للنماذج ستقترح نقاط إهتمام طبيعية مختلفة. على سبيل المثال - قواعد البيانات للأجسام ذات الرؤوس المتعددة يقترح إستعمال قيم رؤوس هذه الاجسام طبيعياً كنقاط إهتمام، بينما يقترح إستعمال التحدبات الحادة، التفرع العميق، ولزائماً، نقطة تقوس بالقيم صفر في الاجسام المقوسة.



الرسم رقم 70. إنتزع نقاط الاهتمام من صورة المشهد المركبة

ليس من الضروري أن تظهر نقاط الإهتمام فيزيائياً في الصورة. على سبيل المثال ، النقطة قد تؤخذ كتقاطع قطعتي خط غير متوازي، والذي ليس بالضرورة ان يكونا متماسكين . كما ان نقطة الإهتمام ليس بالضرورة أن تطابق ميزة (دليلة تمييز) هندسية (ومثال على ذلك: - عملية الإهتمام المستندة على الخلاف العالي في الكثافة) . إن الافتراض البسيط بأن نقاط الإهتمام الكافية يمكن أن تنتزع من الصور ذات العلاقة كما انه ليس هناك من تصنيف مُفترَض خاص لهذه النقاط.

التعرف على النموذج الوحيد

التحويل القريب للمستوي هو يُعرَّفُ إستثنائياً بتحويل ثلاثة نقاط غير خطية. هناك تحويل قريب وحيد و الذي يظهر أي ثلاثية غير خطية في المستوي إلى ثلاثية غير خطية أخرى. لذلك نحن قد ننتزع نقاط مثيرة من النموذج والمشهد ونحاول مطابقة الثلاثية الغير خطية لمثل هذه النقاط للحصول على التحويل القريب المرشح. كل مثل هذا التحويل يمكن أن يُدَقَّق بمطابقة النموذج مع المشهد (الإصطفاف الكلاسيكي).

التعقيد الغير مناسب

إذا كانت النقاط الم عطلة تماماً بعدد m من النموذج و عدد n من المشهد، فإن حالة التعقيد الأسوأ هي عندما يكون التالي: $t \times (m \times n)^3$ ، حيث أن t هي تعقيد مطابقة مجارة النموذج مع المشهد. إذا افترضنا بأن m و n من نفس المقدار، وان t على الأقل هي من مقدار m ، فإن التعقيد في أسوأ الأحوال هو من حجم n^7 . هناك طريق واحد لتخفيض التعقيد بلنّ نُصنّف النقاط على نحو مُتميّز، بحيث تطابق كلّ ثلاثية فقط عدد صغير من الثلاثيات الأخرى (لذلك، مثل هذا الإمتياز قد لا يتوفر أو لا يُمكن أن يتم بطريق موثوق). الثلاثية الأكثر كفاءة هي التي تجاري خوارزمية: GH

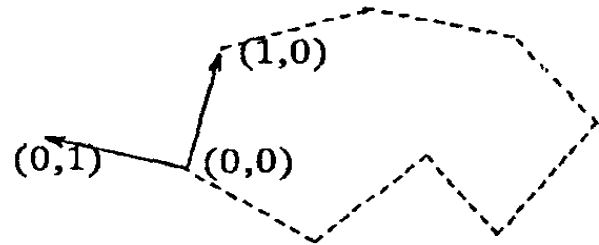
الخوارزمية

خطوتان رئيسيتان للخوارزمية:

- المعالجة المبدئية
 - التطبيق على نقاط النموذج
 - لا يستعمل أي معلومات حول المشهد
 - يُنفذ بشكل غير مباشر قبل محاولة المُجارة الفعلية
- المُجارة الملائمة
 - تستعمل البيانات المجزة بالخطوة الأولى لمُجارة النماذج مع المشهد
 - وقت تنفيذ هذه الخطوة الثانية هو وقت التمييز الفعلي

الاستقلالية التي تسمَح بالمقارنة

التحويل القريب كما فصلنا سابقا هو الم عرّف إستثنائياً بتحويل ثلاثة نقاط غير خطية. لنعتبر المجموعة من العدد m من النقاط ونختار أي مجموعة ثانوية منظمة من ثلاثة نقاط غير خطية. الموجهان المستقلان بشكل خطي المستندان على هذه النقاط هما قاعدة خطية ثنائية الابعاد. إحداثيات كل النقاط النموذجية يُمكن أن تظهر في هذه القاعدة.



الرسم رقم 71.

التحويل القريب

تطبيق اي تحويل قريب على مجموعة نقاط سوف لن يُغيّر مجموعة الإحداثيات المستندة على نفس القاعدة المنظمة

الثلاثية. لنفترض ان e_{00}, e_{10}, e_{01} هي قاعدة القريب المنظمة الثلاثية في المستوي، فان إحداثيات القريب (ξ, η) للنقطة v هي التالية:

$$v = \xi(e_{10} - e_{00}) + \eta(e_{01} - e_{00}) + e_{00}$$

تطبيق التحويل القريب T سيحوّل النقطة v إلى:

$$Tv = \xi(Te_{10} - Te_{00}) + \eta(Te_{01} - Te_{00}) + Te_{00}$$

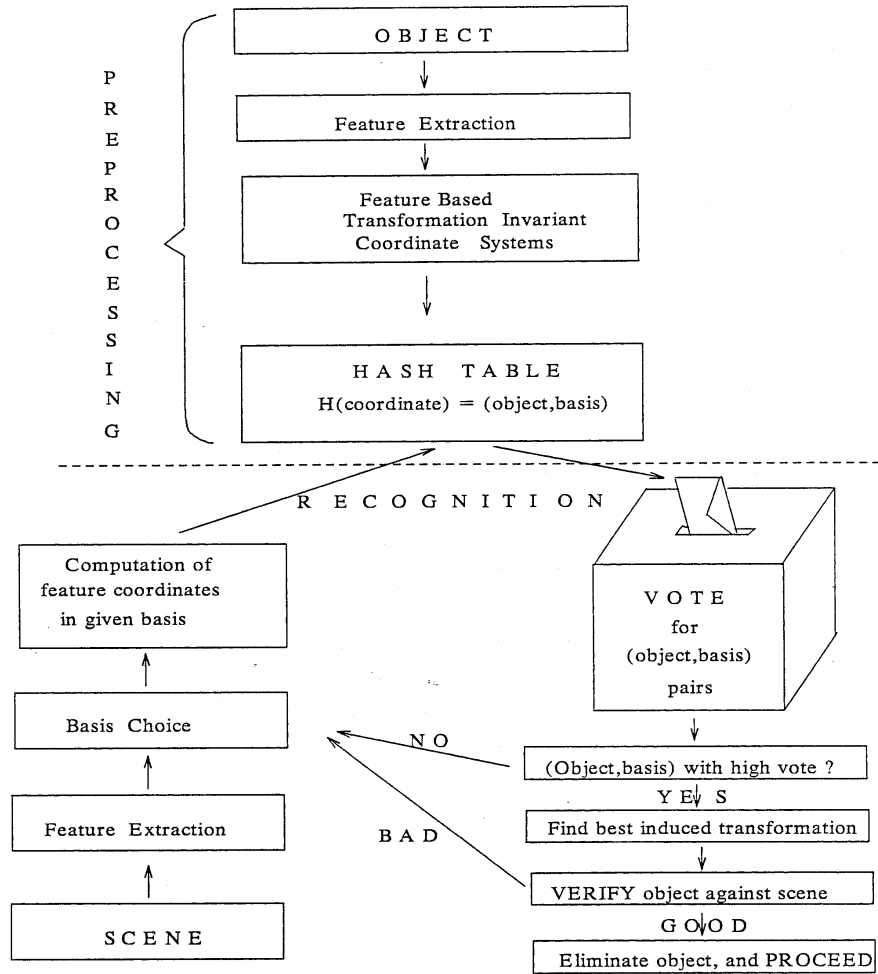
و هكذا فان Tv له نفس الإحداثيات (ξ, η) في القاعدة الثلاثية e_{00}, e_{10}, e_{01}

المعالجة المبدئية (الإعداد)

لدينا صورة لنموذج ما، حيث m هي نقاط الإهتمام المنتزعة. لكل نقاط ثلاثية غير خطية منظّمة فإن الاحداثيات لكل نقاط النموذج الأخرى $m-3$ هي محسوبة بلخذ هذه الثلاثية كقريب للمستوي الثنائي الابعاد. كل مثل هذه الاحداثيات (بعد التقسيم الصحيح) مستعمل كدخول إلى جدول الارباك، حيث نحن نسجل عدد ثلاثيات القاعدة في أي إحداثيات تم الحصول عليها وعدد النم اذج (في حالة وجود أكثر من نموذج واحد). إن تعقيد خطوة الإعداد هذه هي من الحجم m^4 ، لكل نموذج. النماذج الجديدة المضافة إلى قاعدة البيانات يمكن أن نتألف بشكل مستقل بدون إعادة حساب جدول الارباك.

التمييز

لدينا صورة من مشهد، حيث ان نقاط الإهتمام إنتزعت. نختار ثلاثية منظّمة إعتباطي في المشهد ونحسب إحداثيات نقاط المشهد التي تأخذ هذه الثلاثية كقاعدة القريب. نختبر الدخول الملائم الى جدول الارباك لكل من هذه الاحداثيات ولكل زوج (عدد النم اذج، عدد الثلاثيات - القاعدة)، الذي يظهر هناك، وبحساب عدد الاصوات لصالح النموذج والقاعدة - الثلاثية كمطابقة للثلاثية المختارة في المشهد (إذا كان هناك نموذج واحد فقط، نحن يجب أن نصوت لصالح القاعدة - الثلاثية لوحدها). إذا كان هناك زوج متأكد (النموذج، قاعدة - الثلاثية) فاننا نحصل على عدد كبير من الأصوات، وعليه نقرر بأن هذا الثلاثية تطابق الواحد المختار في المشهد. إن تحويل القريب المعرف إستثنائياً بين هذه الثلاثيات مفترض لكي يكون التحويل بين النموذج والمشهد. إذا الثلاثية الحالية لا نحرز مستوى عالي بما فيه الكفاية، فاننا نعبّر إلى القاعدة الثلاثية الأخرى في المشهد.



بعض الملاحظات حول الخوارزمية

لنجاح الخوارزمية بما فيه الكفاية، نظرياً، علينا انتزاع ثلاثة نقاط غير خطية من المشهد، والتي تنتمي إلى نموذج واحد. إن عملية التصويت، لكل ثلاثية، هي خطية بالنسبة لعدد النقاط في المشهد. لذلك، يكون وقت التعرف العام معتمد على عدد النقاط النموذجية في المشهد، وعدد نقاط الإهتمام الإضافية التي تنتمي إلى المشهد، ولكن لم يظهر في أي من النماذج. في أسوأ الأحوال، قد يكون لدينا عدد n^4 من العمليات. عندما يكون عدد النماذج صغيراً فإن الخوارزمية ستكون أسرع بكثير. إذا كان هناك عدد k من نقاط النموذج في المشهد ذو عدد النقاط n ، فإن احتمال عدم اختيار نموذج الثلاثية في المحاكمات t هو التقريب المعطى بالصيغة التالية:

$$p = \left(1 - \left(\frac{k}{n}\right)^3\right)^t$$

لذلك، لـ $1 \geq \varepsilon$ المعطى، إذا افترضنا الحد الأدنى على كثافة $d=k/n$ نقاط النموذج في المشهد، فإن عدد المحاكمات t المعطى $p < \varepsilon$ هو من الحجم المحسوب بالصيغة التالية والذي هو ثابت مستقل عن n :

$$\frac{\log \varepsilon}{\log (1 - d^3)}$$

وحيث أن عملية التحقق هي خطية في n فإنه لدينا خوارزمية التعقيد $O(n)$ التي ستنتج بإحتمالية على الأقل $1-\varepsilon$

نقاط الأساس (القاعدة) القريبة

الأخطاء العددية في أحداثيات النقطة هي حادة أكثر عندما تكون النقاط الأساسية قريبة من بعضهم البعض بالمقارنة مع نقاط النماذج الأخرى في المشهد. للتغلب على هذه المشكلة:

إذا كانت ثلاثية القاعدة المتأكدة تحصل على عدد من الأصوات، التي، من ناحية، غير كاف لقبوله كقاعدة مرشحة، لكن، من الناحية الأخرى، لا تحقق رفض كلي - بتغيير هذه الثلاثية بثلاثية أخرى والتي تشمل النقاط، التي كانت بين أحداثيات التصويت، وأكثر بعداً من بعضهم البعض من نقاط القاعدة السابقة. في الحالة الصحيحة هذا الإجراء سينتج من عدد مطابقات متزايدة، بينما الأخطاء العددية تصبح أقل أهمية. حتى إذا كانت القاعدة - الثلاثية تنتمي إلى بعض النماذج التي لم تحصل على الأصوات الكافية بسبب البيانات الصاخبة (المختلطة بإشارة الضجيج)، فإنه ما يزال عندها فرصة لاستعادة هذا النموذج من القاعدة الثلاثية الأخرى.

إيجاد مطابقة أفضل وأقل المربعات

لنفترض بأننا نبحث عن مطابقة قريب بين سلسلة النقاط المستوية $(u_j)_{j=1}^n$ و $(v_j)_{j=1}^n$ و نحن نود أن نجد التحويل القريب $Tu = Au + b$ للمستوي الذي تقل المسافة l^2 بين السلسلة $(Tu_j)_{j=1}^n$ و $(v_j)_{j=1}^n$

$$\mathcal{S} = \min_T \sum_{j=1}^n |Tu_j - v_j|^2.$$

للتبسيط الحساب، نسحب المجموعة (u_j) أولاً لكي نحصل على التالي:

$$\mathcal{S} = \min_{A,b} \sum_{j=1}^n |Au_j + b - v_j|^2 =$$

ثم تكون لدينا المعادلة التالية:

$$\min_{A,b} \left[\sum_{j=1}^n |b - v_j|^2 + \sum_{j=1}^n |Au_j|^2 + 2 \sum_{j=1}^n b \cdot Au_j - 2 \sum_{j=1}^n Au_j \cdot v_j \right].$$

$$\sum_{j=1}^n b \cdot Au_j = b \cdot A \left(\sum_{j=1}^n u_j \right) = 0.$$

لكن

وحيث ان b و a نَظْهَرَانُ بشكل مستقل في δ كما اننا يُمكنُ أَنْ نخفض مساهمتهم بشكل مُنفصل.

$$b = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n v_j. \quad \text{للتقليل على b ببساطة نأخذ التالي:}$$

بالنسبة إلى a $A = (a_{ij})$, $(i=1,2, j=1,2)$ نُدلُّ عليه الصيغة التالية:

$$g(A) = g(a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}) = \sum_{j=1}^n |Au_j|^2 - 2 \sum_{j=1}^n Au_j \cdot v_j$$

$$\min_A g(A) = \min g(a_{11}, a_{12}, a_{21}, a_{22}).$$

عليه نحن يَجِبُ أَنْ نَجِدَ القيمة الدنيا:

لإيجاد هذه الحدود الدنيا يَجِبُ أَنْ نَحُلَّ النظامَ التالي مِنْ اربعة معادلات $(i = 1, 2; j = 1, 2)$:

$$\frac{\partial g}{\partial a_{ij}} = 0$$

(*)

وحيث ان a g هي دالة تربيعية في كُلِّ مِنْ مجاهيلها، فان (*) هو النظام مِنْ المعادلاتِ الخطية الاربع مع أربعة مجاهيل (في الحقيقة مجموعتان مستقلتان مِنْ معادلتين خطيتين بمجهولين).
ل $i=1,2$ نَعْرِفُ الموجهات ذات الابعاد n الأربعة التالية:

$$V^i = (v_j^i)_{j=1}^n, \quad U^i = (u_j^i)_{j=1}^n$$

إنَّ حَلَّ للمعادلة (*) مُعطى بالصيغ التالية:

$$a_{11} = \frac{(U^1 \cdot V^1)(U^2 \cdot U^2) - (U^2 \cdot V^1)(U^1 \cdot U^2)}{\Delta}$$

$$a_{12} = \frac{(U^1 \cdot U^1)(U^2 \cdot V^1) - (U^1 \cdot V^1)(U^1 \cdot U^2)}{\Delta}$$

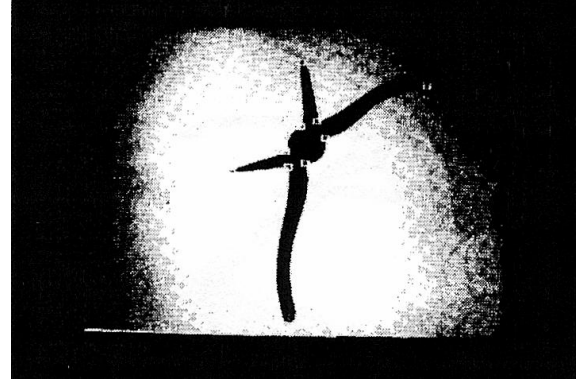
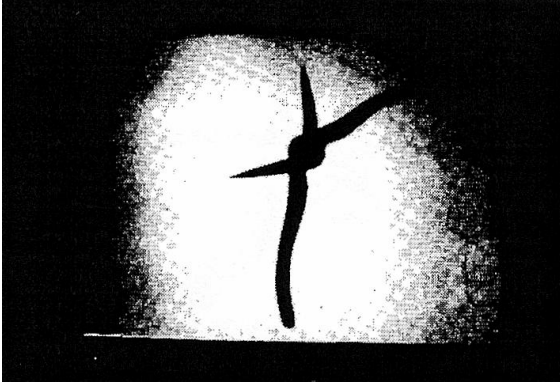
$$a_{21} = \frac{(U^1 \cdot V^2)(U^2 \cdot U^2) - (U^1 \cdot U^2)(U^2 \cdot V^2)}{\Delta}$$

$$a_{22} = \frac{(U^1 \cdot U^1)(U^2 \cdot V^2) - (U^1 \cdot V^2)(U^1 \cdot U^2)}{\Delta}$$

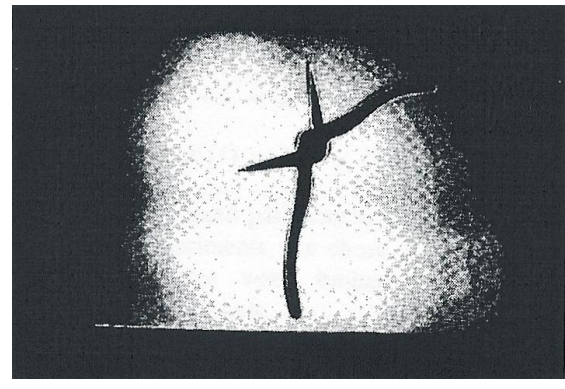
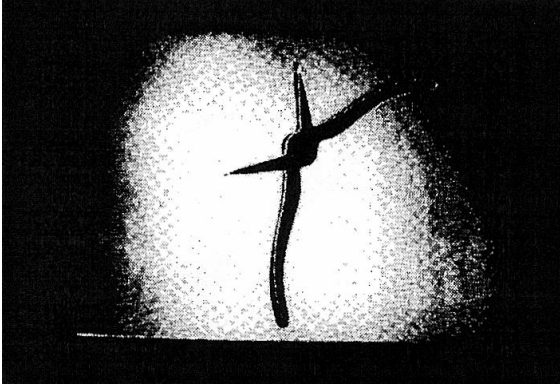
$$\Delta = (U^1 \cdot U^1)(U^2 \cdot U^2) - (U^1 \cdot U^2)(U^1 \cdot U^2)$$

حيث:

و يُمكنُهَا أَنْ نَرى أَنَّ Δ معتمدة فقط على مجموعة واحدة مِنْ النقاط (في هذه الحالة تكون نقاطِ النموذج)، لذا يمكننا أَنْ نَعْرِفَ مُقدِّمًا، اي مجموعة من نقاطِ النموذج سَتُعْطِي الحَلَّ للحدود الدنيا.



الجهة اليسرى - زردية تم تدويرها وإمالتها في الفضاء (انظر الطول المختلف للمقايض)، في الجهة اليمنى - نقاط الإهتمام مُنتزعة.



الرسم رقم 73.

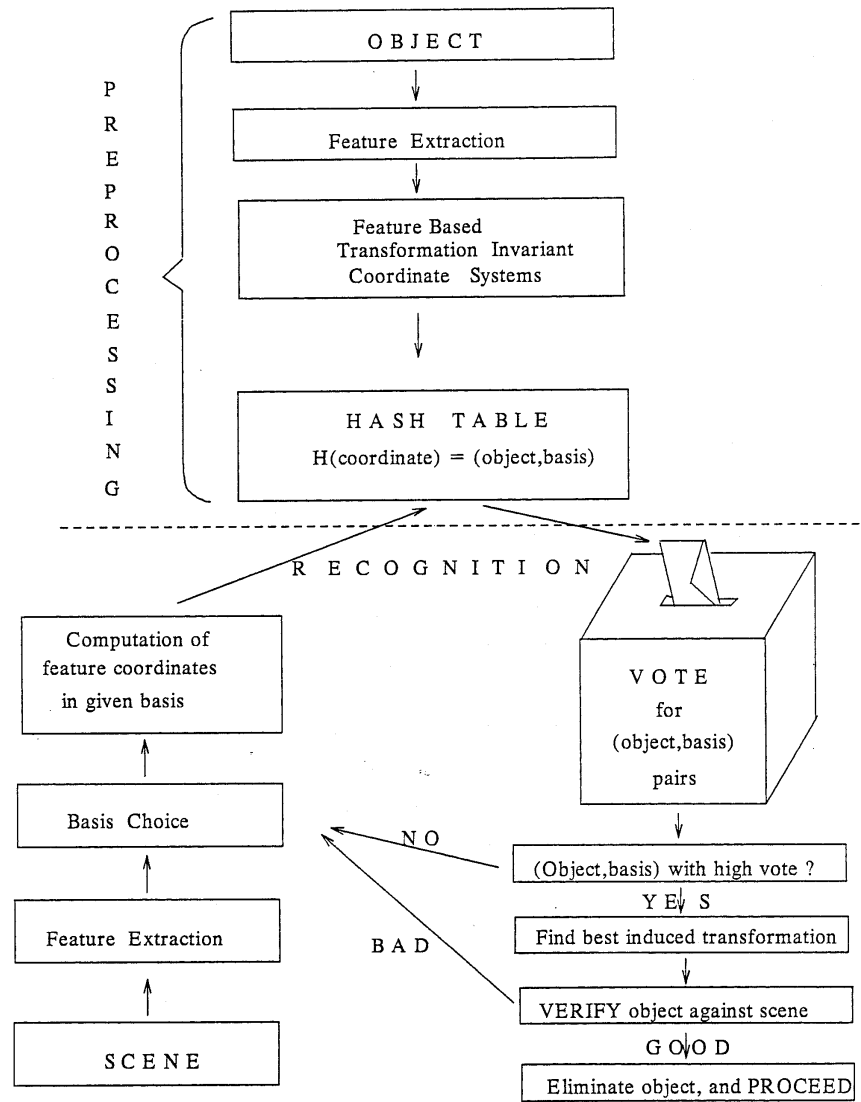
في الجهة اليسرى - التوافق الناتج بحساب التحويل القريب من ثلاث نقاط أساسية، الجهة اليمنى - النموذج نفسه مُلائم بليستعمال أفضل مجارة المربع القريب بالاستناد على 10 نقاط (جميعها تم استعادتها بالتحويل الواقع في الصورة اليسرى)

خلاصة الخوارزمية

هذه الخوارزمية يُمكن أن تُلخص كالتالي:

1. بُنيت نماذج الأجسام بمجموعات نقاط الإهتمام
2. لكل ثلاثية غير خطية من نقاط النموذج نحسب إحداثيات كل نقاط النموذج الأخرى طبقاً لهذه الثلاثية - القاعدة وإعادة هذه الإحداثيات إلى الجدول الذي يُخزن المعلومات عن كل الأجزاء (عدد النموذج، عدد الثلاثية - القاعدة) وذلك لكل إحداثيات.
3. لدينا صورة لمشهد، ننتزع نقاط إهتمامها، نختار الثلاثية للنقاط الغير خطية - القاعدة ونحسب إحداثيات النقاط الأخرى في هذه القاعدة. لكل من هذه الإحداثيات نُصوّت لصالح الأزواج (عدد النماذج، عدد الثلاثية - القاعدة)، ونجد الأزواج التي حصلت على أكثر أصوات الصدفة. إذا احرز الزوج المُتأكد على عدد كبير من الأصوات، نقرر أن نموذجهُ وقاعدته الثلاثية المطابقة للمُختار في المشهد. إن لم يحرز فإننا نستمّر بتدقيق القاعدة - الثلاثية الأخرى.
4. لكل نموذج مرشح وقاعدة - ثلاثية من الخطوة السابقة، نُؤسس المطابقة بين نقاط النموذج ونقاط المشهد الملائمة، ونقوم بإيجاد التحويل القريب الذي يعطي أفضل مجارة أقل المربعات لهذه المجموعات المطابقة. إذا كان إختلاف أقل المربعات كبير جداً فإننا نعود للخطوة 3 لمرشح الثلاثية الآخر. أخيراً، نقارن

النموذج المحول بالمشهد (في هذا الوقت نحن نعتبر أن ليس فقط نقاط الإهتمام المنتزعة سابقا). إذا تُعطي هذه المقارنة نتيجة سيئة فإننا نعود ثانية للخطوة 3.



الرسم رقم 74.

التمييز تحت التشابه

الحالة عندما تكون زاوية نظر آلة التصوير نفسها لكل من النموذج والصورة (ومثال على ذلك: - المحيط الصناعي) ويكون التشابه: هو الحالة الخاصة للقريب - حيث لا يطلب أي تغيير. من خصائص التشابه انه متعامد - بحيث ان نقطتان تعتبران كفاية لأن تُشكلا القاعدة التي تغطي المستوي الثنائي الابعاد (والنقطة الثالثة تُعرف إستثنائياً بالإثنين السابقين). الخوارزمية هي نفسها لكن بالأزواج بدلاً من الثلاثيات. التعقيد هنا مخفض بالمعالجة المبدئية من قبل العامل m والحالة الأسوأ للتمييز هي للعامل n .

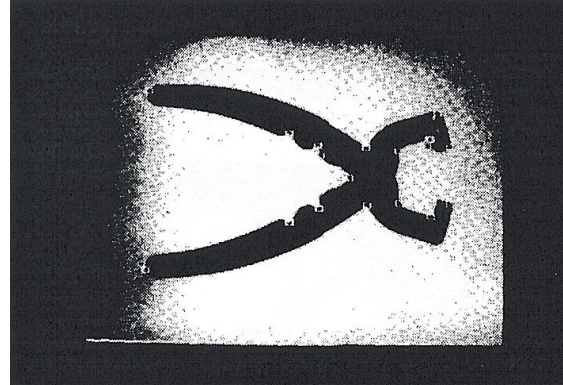
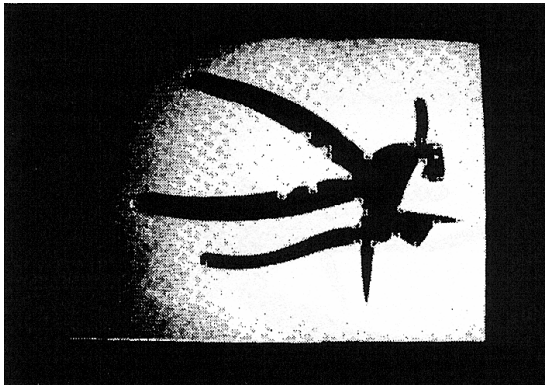
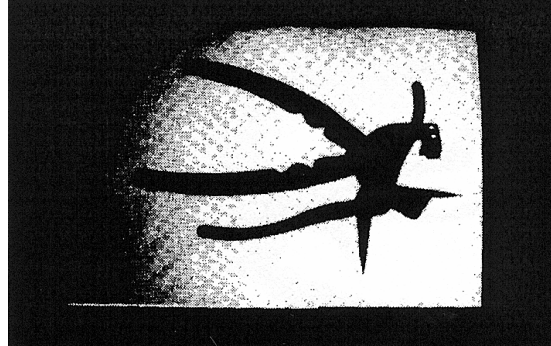
مطابقة الخط

تتصف عملية مطابقة الخط بالتالي:

- إنتزاع النقاط التي قَدْ نَحُونُ صاخبة جداً. الحَظُّ لديه الميزة الأكثر استقراراً مِنْ النقطة. كما ان الخطوط يُمكنُ أَنْ تُنْتَرَعَ عَلَى نَحْوِ موثوق، ومثال على ذلك: - مشاهد للجسماء المتعدد المستويات و عليه يُمكنُ أَنْ نُطَبِّقَ إجراءات مماثلة بالنسبة إلى الخطوط.
- كُلُّ تقنيات مطابقة النقطة تُنطبقُ مباشرة على الخطوط، وحيث ان الخطوط يُمكنُ أَنْ تعتبر كنقاط في الفضاء الثنائي.
- ثلاثة خطوط التي لَيْسَ بها زوج متوازي تُعتبر قاعدة فضاء قريب، كما ان كُلَّ حَظٍّ لَهُ احداثيات فريدة في هذه القاعدة.
- عليه نحن سنُكْرِرُ بالضبط الإجراءات المماثلة الخاصة بالمطابقة كما هي.
- كما يُمكنُ أَنْ نَسْتَعْمَلَ قِطْعَ الحَظِّ لِنُخَفِضَ تعقيد الخوارزمية المماثلة.
- إذا كانت نقاط النهاية لِقِطْعِ الحَظِّ يُمكنُ أَنْ نَنْتَرَعَ بشكل موثوق، فانه بدلاً مِنْ الثلاثية مِنْ النقاط أو الخطوط كقاعدة، يمكننا أَنْ نَأْخُذَ قطعة حَظٍّ زائداً نقطة إضافية.
- إِنَّ تخفيض التعقيد هَامٌ - حيث أن التحويل القريب ينظم كل من النقاط الخطية إلى النقاط الخطية ونقاط تقاطع الحَظِّ إلى نقاط تقاطع نفس الحَظِّ، نحن قَدْ نَطَوِّرُ الخوارزميات التي تَدْمُجُ معلومات النقطة والخط. على سبيل المثال، حتى إذا كانت الخوارزمية تُسْتَعْمَلُ نقطة ثلاثية كقاعدة القريب، فان التحقق يُمكنُ أَنْ يتم لَيْسَ فقط على احداثيات نقاط إهتمام اخرى، لكن أيضاً على الحَظِّ، المعادلات، الخ.

النتائج التجريبية

نتائج التعرف على مشهد مَدْخُلِ مركَّبٍ لكلتا الزرديتين، التي ميلت أيضاً بشكل ملحوظ. في المشهد عَدَدُنا نقاط إهتمام اضافية والتي تم تكوينها مِنْ قِبَلِ اعادة ترتيب مراكز و تموضع كل مِنْ الجسمين. هذه النقاط لا تُقَابِلُ نقاط إهتمام النماذج الأصلية، حيث ان عدد مِنْ نقاط الإهتمام الأصلية مُعْلَقَةٌ في المشهد. إِنَّ العدد الكلي لنقاط الإهتمام في المشهد (الرسم التالي) هي 28. حيث ان 16 منهم هي نقاط غير مُعْلَقَةٌ لنموذج الزردية الثانية و خارج 21 نقطة من النموذج الأصلي (انظر التالي)



الرسم رقم 75. نقاط الاهتمام المنزوعة في صورة المشهد المركبة

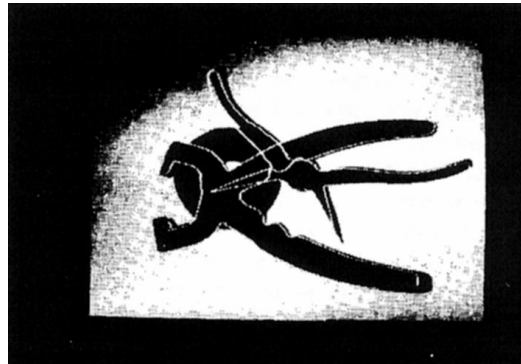
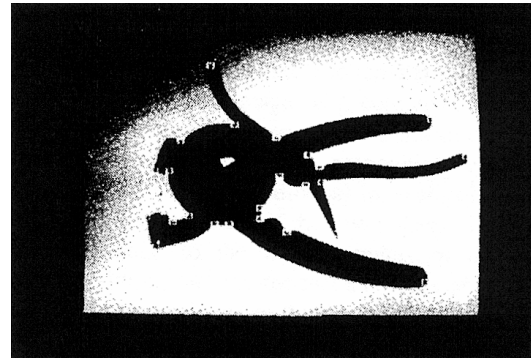
تنفيذ خوارزمية التعرف على كل ثلاثيات القاعدة المحتملة للمشهد. لكل ثلاثية وجدنا المجموعة لأفضل (التصويت الأقصى) نموذج مطابقة. إن عدد النقاط المميز يمثل هـ هذه الثلاثية كنقاط النموذج هي مدعوة كعدد الأصوات في العمود الأول للجدول. يعطي العمود الثاني عدد الثلاثيات، الذي حصلت على هذه الأصوات بينما يعطي العمود الثالث عدد الثلاثيات التي تم التحقق من انتمائها إلى النموذج (ثلاثية صحيحة).

الجدول رقم 7.

عدد الاصوات	عدد ثلاثيات القاعدة	ثلاثيات القاعدة الصحيحة
14+	0	0
13	4	4
12	11	10
11	12	8
10	29	12
9	56	22
8	145	38
7	287	62
6	805	151

الملاحظات:

بما أن عددنا عدد 16 من نقاط النموذج في المشهد، فإننا نتوقع الحد الأعلى من 13 صوت للثلاثية الصحيحة. وحيث أن كل الحوادث المنظمة الـ 6 لنفس الثلاثية الغير منظمة سيعطي نفس نتيجة التصويت، الثلاثيات الغير منظمة محسوبة في الإحصائيات. في الخوارزمية التي نحن نتعامل مع الثلاثيات المنظمة، على سبيل المثال، لدينا $24 = 6 \times 4$ ثلاثيات قاعدة منظمة بالعدد الأعلى من الأصوات.



الرسم رقم 76.

مشهد الزردية المركب السابق مع جسم إضافي والذي لا ينتمي إلى قاعدة بيانات النموذج

الاستنتاجات

إن هذه الطريقة مستندة على تمثيل الأجسام بمجموعات النقطية ومجارة المجموعات المطابقة من النقاط . بلستعمال القيود الهندسية فإن مجموعات النقاط هذه يُمكن أن نُقل من قبل مجموعة ثانوية صغيرة من النقاط (النقاط الاساسية). يعتمد حجم القاعدة على التحويل المستعمل على النماذج. القاعدة من نقطتين كافية لمشاهد ثنائية الابعاد تحت عمليات الدوران و السحب وتغيير المقياس. القاعدة من ثلاثة نقاط كافية للتحويل القريب لوجهة النظر المنظورية . إن العملية منقسمة إلى الإعداد والإعتراف - مما يُخفّض التعقيد، و يُمكن من تنفيذ عمليات المعالجة المبدئية الغير مباشرة.

تحليل الخطأ

تحليل الخطأ يعلاّف بأنه تحليل تأثير الضوضاء على دقة المقاييس التي تم الحصول عليها من الصورة . إحدائيات الميزات تقوم بنسبة قيمة التشويش. بوجود الضوضاء هناك قد يكون بعض الخطأ في القيم المُنتزعة للأحداثيات و هذا قد يؤدي إلى دخول مناطق خاطئة من جدول التشويش. حساب مدى جدول التشويش و الذي يعتبر متوافق مع إحدائيات الميزات المنتزعة بوجود الضوضاء. بالوصول الى كل هذه المناطق نحن نتأكد بأن الاصوات لصالح الحل الصحيح لن نُفقد.

عامل الوفرة (البديل)

ان الحاجة للوصول الى مدى المناطق لإحدائيات المُعطاة تنتج من العدد المتزايد للازواج المرشحة (النموذج، القاعدة) والمشاركة في التصويت . الازواج الخاطئة (النموذج، القاعدة) رُبما تحصل على نسبة تصويت عالية عشوائياً. لتخمين هذا التأثير على إمكانية الحصول على المطابقات الخاطئة للقواعد الم عطاة نحن نُخمن حجم مجموعة الازواج (نموذج، قاعدة) المحسوبة لنقطة الصورة المُعطاة. إن عدد المناطق في جدول التشويش و التي تعتبر متسقة مع الإحدائيات المُعطاة نفترض ان نموذج الضوضاء المُتأكد مُعرّف كعامل الوفرة. تخمين عامل الوفرة لحالة مطابقة النقطة تحت التحويلات المُختلفة و تخمين احتمال الحل المرشح العشوائي لإحراز التصويت العالي نسبياً. كما ان تحليل الحالة الأسوأ مفترض ايضاً.

إحتمالية المطابقات الخاطئة

لنقضي كفاءة مرحلة التصويت يجب علينا أن نُخمن العدد المتوسط للحلول التي قد تحصل على نسبة تصويت عالية. أعطى عتبة تصويت مُتأكدة τ و زوج عشوائي (نموذج، قاعدة) وعلينا أن نعرف إحتمالية حصول هذا الزوج العشوائي على أكثر من نسبة التصويت τ . بالرغم من أن مثل هذه الحلول الخاطئة سنرفض في مراحل التحقق التالية، فان عددهم المتوقع يؤثر على الكفاءة الحسابية مباشرة لهذه التقنية. نفترض بأن كل من المناطق في جدول التشويش له إحتمالية مساوية لكي يلتقط في إجراء التصويت . نلاحظ ان احداثيات النقاط في القواعد المختلفة هي تابعة، لذلك فان حساب توزيعهم ليس بسيط، وان الفرضية السابقة بسيطة.

السؤال الذي يطرح نفسه هنا هو: ما هي الإحتمالية بأن القاعدة العشوائية المُتأكدة ستحصل على أعلى نسبة من الأصوات؟ للجواب على هذا السؤال، نحن سنفترض ان k هو حجم القاعدة؛ و M - هي عدد النماذج؛ m هي عدد الميزات في النموذج ، n هي عدد الميزات في الصورة؛ α - قسم ميزات النموذج المأخوذ كحصّة نتيجة عتبة القبول؛ N - هو حجم جدول التشويش؛ b - هو عامل وفرة التصويت. كما نفترض ان لدينا نموذج واحد في قاعدة البيانات، وان مداخل جدول التشويش يحتوي على المعلومات عن القواعد الدالة على عنوان الاحداثيات الواقعة. لنعتبر بانه أعطى عدد k من قواعد الميزات في الصورة، فان احداثيات كل الميزات الأخرى $n - k$ هي مُحسوبة، وكل منهم يصوت لمنطقة مُتأكدة في جدول التشويش.

عندما يتم اختيار عدد k من الميزات الاساسية في الصورة، فان احداثيات ميزات الصورة الأخرى $n - k$ تحسب ايضاً، ولكل من مثل هذه الإحداثيات، فان جدول التشويش يتم الوصول اليه (تقريباً) كل فترة وقدرها b . وحيث أن كل قاعدة نموذج لها عدد $m - k$ من الدخول الى الجدول ذو العدد N من المربعات، نحن نفترض بأن كل قاعدة لها

إحتمال $p = \frac{m-k}{N}$ ليتم إختيَارُها في وصول وحيد. الإحتمال لإختيَار القاعدة المُتأكّدة B بعدد b من الوصول يحسب بالصيغة التالية: $P_b = 1 - (1-p)^b$ (لقيم p الصغيرة فإنها تساوي تقريباً $p \sim bp$). عدد الأصوات المحرّز من قبل القاعدة B في عدد n - k وصول يُمكن أن يُحسب بـ استعمال التوزيع الثنائي الحدود مع الإحتمال P_b ، حسب الصيغة التالية: $B(n-k, p_b)$. الإحتمال الذي به V يتجاوز العتبة αm يعطى حسب الصيغة التالية:

$$P(V > \alpha m) = \sum_{j > \alpha m} \binom{n-k}{j} p_b^j (1-p_b)^{n-k-j}$$

حيث ان P_b صغير جداً عادة k و n كبير، التوزيع الثنائي الحدود يُقَرَّبُ بشكل جيد بالتوزيع المدسوس مع العلم ان: $\lambda = (n-k)P_b$. حيث ان $P(V > \alpha m)$ يقرب بشكل جيّد باستخدام:

$$p_b = \sum_{j > \alpha m} P(V = j) = 1 - e^{-\lambda} \sum_{j=0}^{\alpha m} \frac{\lambda^j}{j!}$$

حساب P_b أعطانا إحتمال قاعدة معينة واحدة لتكون مختارة كمطابقة صحيحة. لذلك، نحن مهتمون بالعدد المتوسط للقواعد التي سنكون مقبولة كمطابقات صحيحة. لنفترض ان nb هي عدد قواعد النموذج التي يُمكن أن تكون متطابقة ببساطة إلى عدد القواعد k المعطى في الصورة. يمكننا القول بان $n_B = m^2$ حيث ان كل قاعدة مُعرّفة من قبل زوج من نقاط النموذج. لنفترض ان X يكون عدد القواعد الذي حصل على عدد أكثر من αm من الأصوات. فان X مُشكّل بالتوزيع الثنائي الحدود $B(n_B, p_B)$ لذلك فان العدد المتوقع من القواعد المقبولة هو: $\mu = n_B p_B$. الحساب أعلاه هو لعدد واحد من k-قاعدة مختارة في الصورة. والذي يَريدُ بشكل خطي مع عدد قواعد الصورة k المختبرة ومع عدد النماذج M في قاعدة البيانات.

الإحتمال لإخراج عدد 0.6 m من الأصوات.

الجدول رقم 8.

M	m	n	b	p_b	μ
1	10	50	12.00	0.00000480	0.00048044
1	10	100	12.00	0.00040123	0.04012290
1	10	200	12.00	0.01794454	1.79445437
1	20	50	12.00	0.00000000	0.00000165
1	20	100	12.00	0.00001138	0.00455327
10	20	100	12.00	0.00001138	0.04553265
30	20	100	12.00	0.00001138	0.13659795
1	20	200	12.00	0.00734770	2.93907903

في المنصدة يُمكن أن نرى بعض الأمثلة المثالية لتوقع عدد القواعد العشوائية الحاصلة على عدد 0.6 m من الأصوات. (العدد الكلي للصناديق في هذه الحالة 7,200) كما يُمكن أن نرى بأن هذه الأعداد صغيرة جداً.

تقدير خطأ الاحداثيات

لنفترضُ بأنه لدينا مسألة تمييز ثنائية الابعاد مع ال تحويل القريب ، كما نفترضُ بأن النماذج يُمكن أن تُكتسب تحت ظروف مثالية (ومثال على ذلك: - نموذج من نظام CAD) ، لذلك فان خطوة الإعداد (المعالجة المبدئية) هي بلا ضوضاء. في خطوة الاعتراف، فان احداثيات الصورة لنقاط الإهتمام تقاس وتمثل بموجهات ثنائية الابعاد. نحن قد نُعرّف المعيار على هذا الموجه بالفضاء الثنائي الابعاد. نحن سنستعمل الصيغة الإقليدي (L_2) أو معيار الاحداثيات

القصى (L_{∞}) . لن فترض بأن مقاييس نقطة الصورة تُقدّم خطأً على الأغلب ε في المعيار المُعطى. حساب احداثيات نقطة الإهتمام $d=(d1,d2)$ في قاعدة القريب (a, b, c) يُمكن أن يُصاغ كحل النظام الخطي من معادلتين ذات مجهولين $d=Ax$. إذا كان a هو أصل ثلاثية قاعدة القريب ، فإن المودان من المصفوفة هما موجّهات مختلفت لقاعدة نقاط الإهتمام $a-b$ و $a-c$ على التوالي، والموجه الحر $d=d-a$. هذه الموجّهات مُمثّلة في احداثيات الصورة، بينما موجه الحل x يعطي تمثيل النقطة d في احداثيات قاعدة القريب (a, b, c). بلخُذُ الأخطاء بالحساب، مهمتنا يُمكن أن تُصاغ كحل النظام الخطي التالي:

$$(A + \delta A)(x + \delta x) = d + \delta d$$

حيث δA ، δx و δd هي أخطاء المصفوفة A والموجهات x و d على التوالي . بطبيعة مقاييس نقطتين، نحن قد نفترض بأن القيم المطلقة من مداخل المصفوفة δA والموجه δd هي أقل من تلك التي أعطت خطأ مقياس ε :

$$\frac{\|\delta x\|}{\|x\|} \leq k(A) \left[\frac{\|\delta A\|}{\|A\|} + \frac{\|\delta d\|}{\|d\|} \right] + O(\varepsilon^2)$$

حيث ان $k(A) = \|A\| \|A\|^{-1}$ هي عدد شروط المصفوفة A . تعمل عدم المساواة أعلاه لأي معيار موجه ولمعيار المصفوفة الملائم له. نعطى عدم المساواة أعلاه تخمين الخطأ النسبي الأعلى الذي يُمكن أن يُقدّم مع ضوضاء مقياس الصورة إلى احداثيات جدول التشويش بال عنوان x ، لذلك فإن، إجراء التصويت يعكس هذه الضوضاء: لعنوان x كلّ المربعات بالعناوين δx في جوار x تشارك في التصويت. هذا يضمن بأن الاصوات لصالح قاعدة النموذج الصحيح ليست مفقودة ضمن هذه الضوضاء. عملياً، تنطبق حدود أشدّ عادة . حيث ان صناديق التصويت ملائمة لكلّ عنوان يُمكن أن يكون قيم مقدماً، نحن لا نتوقع ثلاثية - قاعدة صحيحة للحصول على أقل عدد من الاصوات من العدد المطابق لنقاط النموذج الغير مُغلق. هناك ما زال يبقى إمكانية ثلاثية - القاعدة العشوائية للحصول على عدد كبير من الأصوات. مثل هذا المرشح 'الخاطي' سيكتشف بإجراءي ن تحقق والذان مندمجان في الخوارزمية . بالرغم من أن المرشحين 'الخاطنين' سيكتشفون في خطوة التحقق ويتم نبذهم كحلول خاطئة، فاننا ما زلنا نريد ايضاح ان احتمال الترتيب العشوائي بلن يحصل على عدد اصوات عالي هو صغير، انظر نتائج المحاكاة.

المناقشة

إنّ الجزء الخاص بعملية التمييز من تقنية الإرباك الهندسية مستند على المرحلتين الرئيسيتين : التاليتين : التصويت والتحقق. والسؤال الذي يطرح نفسه هنا: هل كلاهما ضروري؟ هل يمكن لإجراء التصويت بنفسه فقط ان يعطي الحلول الصحيحة بدون تقديم مرشحين خاطين؟ الأمثلة التي قمنا بلختبارها، تفيد بقوة بأن إجراء التصويت لوحده يُمكن أن يعتمد لتقنية تعرف موثوقة فقط في حالة الحركة الصارمة (دوران و سحب) وللمشاهد الغير المعقدة تحت تحويل التشابه. هو لا يُمكن أن يكون الاجراء الوحيد في المشاهد المعقدة مع التحويل القريب.

هل مرحلة التصويت مفيدة؟ ولماذا لا نطبق مرحلة التحقق مباشرة على الحلول المرشحة؟ مرحلة التصويت هي فقط إجراء ترشيحياً (فلتر) والذي يجب أن يُزيل كمية كبيرة من الحلول المرشحة الخاطية قبل تطبيق التحقق المباشر. إجراء التحقق الموثوق هو عادة مضجرُ وستهلك الكثير من الوقت، ولتوفير وقت كبير يُمكن أن رُجّب هذا الإجراء. وهكذا، نحن يجب أن نُفحص نسبة المرشحين الخاطون الذين يظهرون من مرحلة التصويت بالمقارنة مع العدد الكلي للحلول المرشحة الذي يجب أن يُفحص بالتحقق المباشر. هذه النسبة تسمى عامل الترشيح (الفترة) لمرحلة التصويت.

عامل الترشيح من مرحلة التصويت يساوي الاحتمال بأن قواعد النموذج الخاطنة ستحصل على عدد اصوات اعلى من مجموعة العتبة. تظهر النتائج ان عامل الترشيح المُخمن لمرحلة التصويت في تقنية الإرباك الهندسية هو هام جداً حتى لحالة التحويل القريب الأكثر صعوبة. نلاحظ بأن تحليل الخطأ يفترض اسوأ حالات الخطأ، بحيث انه لا يتم فقدان اي حل صحيح. باستعمال نموذج الخطأ المختلف (ومثال على ذلك: - حالة المتوسط او المعدل)، يُمكن أن نريد في عملية توفير الوقت، بالرغم من أن الاعتراف قد يكون بعض الشيء أقل ثقة. عليه يمكن اعطاء الاستنتاج التالي: تطبيق إجراء التصويت يقلل بشكل كبير من تعقيد عملية التمييز.

التوسع

يمكن تنفيذ عملية التمييز على الاجسام ثلاثية الابعاد من بيانات المدى بالطرق المماثلة وذلك باستعمال قواعد (اسس) النقاط الثلاثة. تمييز الأجسام الثلاثية الابعاد الغير مستوية من الصور ثنائية الابعاد ، يستعمل الخيارات المختلفة التالية:

١. تقريب أجسام النموذج حسب اغلبيه استوانية الوجوه ومعالجته كل من هذه الوجوه كنموذج. فان المشكلة تتحول لتمييز الأجسام الثلاثية الابعاد المستوية. هذه الطريقة ستكون مناسبة خصوصاً للأجسام المتعددة الرؤوس، لذلك هي لن تطبق على الأجسام المتعددة الرؤوس بدون التقريب المتزن.
٢. تقسيم الفضاء إلى اتجاهات النظر. م عطي اتجاه نظر الذي نحن نواجهه مع تشابه التحويل فقط، والذي حله خفض التعقيد. لذلك الإجراء يجب أن يسجل كل اتجاهات النظر المسؤوحة.
٣. الهحث عن النقاط الاربع المتطابقة بين النموذج الثلاثي الابعاد و الصورة الثنائية الابعاد. أربعة نقاط غير مستوية تُعرف القاعدة الثلاثية الابعاد. نقاط النموذج الأخرى يمكن أن نقول ليحدثانهم في هذه القاعدة. بإفترض التقريب القريب لتحويل النظر، فان نقاط الصورة سيكون عندها نفس التمثيل الخطي بمجموعة الاربعة نقاط المتطابقة. نلاحظ، لذلك، بأن هذه المجموعة لاتعتبر قريب القاعدة الثنائية الابعاد و لكن فقط هي مجموعة تغطية، لذلك فان التمثيل ليس فريد.

تطبيق الإجراءات المماثل المستند على تأليف معلومات الخط والنقطة: يمكن لهذا المبدأ ان يطبق في المجالات التالية:

- مطابقة منحنى القريب الثابتة
- التعرف على الأجسام التي تستعمل نماذج ذات عوامل

الاستنتاجات

إن طريقة التمييز هذه مستندة على تمثيل الأجسام بمجموعات النقطة والمجموعات الم مطابقة المماثلة من النقاط . بتطبيق القيود الهندسية فان مجموعات النقاط هذه يمكن أن نقول من قبل مجموعة ثانوية صغيرة من النقاط (النقاط الاساسية). يعتمد حجم القاعدة على التحويل المطبق على النماذج. القاعدة من نقطتين كافية ل لمشاهد ثنائية الابعاد تحت عملية الدوران والسحب و تغيير ال مقياس. القاعدة من ثلاث نقاط كافية لتحويل القريب لوجهة النظر المنظورية. إن العملية منقسمة إلى مرحلتين - الإعداد والتعرف.

التمييز بالأجزاء

إحدى أكثر السمات المثيرة للعالم هي بأنه يمكن أن يُعتبر مكون من الأنماط. النمط جوهرياً هو ترتيب، كما يمكن القول انه مُميز بطلب العناصر التي يتكون منها وبالأصح الطبيعة الجوهرية لهذه العناصر. او كما عبر اقليدس بأن الكل مكون من الاجزاء.

الجسم الغير مدرك

في حالة الجسم الغير مدرك (غير محسوس) فان الوصف يعكس عمل النظام التمثيلي والإنقسام في مناطق التقعر العميق كما ان الأجزاء تكون موصوفة بالشروط الحجمية المشتركة مع العلم ان أسلوب الإنقسام والتحليل إلى المكونات لا تعتمد على معرفتنا بالجسم.

القضايا:

من اهم القضايا في مبدأ التمييز المعتمد على الاجزاء هي معرفة كيف يقوم النظام البصري بتخليط الأشكال إلى الأجزاء؟ و هل الأجزاء تختار بشكل إعتباطي بالنظام البصري؟ وكيف ان الأجزاء الثلاثية الابعاد من الجسم تنتج من الاسقاط الثنائي الابعاد المستلم عن طريق العين؟

الكلام المنطوق وتمييز الانماط

يُنافسُ عددُ الأصنافِ عددَ الكلماتِ التي يُمكنُ أنْ تُقَيَّرَ مِنْ الكلامِ المنطوقِ. ويتم فهم الكلام المنطوق بتعريف العناصر الأساسية- الفونيمات، المجموعة الصغيرة للعناصر الأساسية (على سبيل المثال في اللغة الإنجليزية هي 44) كُلُّ له حفة من الخواص. تَشْتَقُّ القُوَّةُ التمثيلية مِنْ مجموعاتِ العناصرِ الرئيسية.

التعرف على الاجسام - المجال البصري

العناصر الأساسية هنا هي عدد بسيط مِنْ المكوّنات الهندسية البسيطة ، بشكل عام ال محدّبة و الحجمية (إسطوانات، كُتْل، مخاريط، الخ.) ويكون الإنقسام عادة في مناطق التقعر الحادّ. يتم اشتقاق العناصر الرئيسية مِنْ المجموعات ذات الخصائص النوعية مِنْ الحافات في الصور الثنائية الأبعاد (المباشرة مقابل الهُفُوسَة، التناظر الخ.) . هذه الملكيات المعيّنة للحافات ثابتة على التغييرات في التوجيه ويُمكنُ أنْ تُقَرَّرَ فقط مِنْ بضعة نقاط على كُلِّ حافة . مع القدرة على احتمال الاختلافات في وجهة النظر، الإنسداد، والضوضاء. تَشْتَقُّ القُوَّةُ التمثيلية مِنْ العدد الهائل للمجموعات.

الإحصاء مقابل الكتل الغير جسمية.

يمكن تلخيص هذه النقطة بتصنيف الاجسام ال مَعْرُوعَة (الغير متوقّعة)، حيث ان تصميم النموذج مُ حدّد إلى الكيانات الخرسانية بالحدود الم عيق. والكتل الاسمية كال ماء و الرمل والتي ليس لديها وصف حجمي بسيط ومُمَيَّز بشكل مختلف. أولياً من خلال الخصائص السطحية (القوام، اللون).

تمييز الاجسام الغير متوقّعة

تمييز الاجسام الغير متوقع هو محتمل ولكنه ليس ذو نهاية واضحة، كما يمكن ان يُعْمَلَ بسرعة عندما ينظر مِنْ وجهة نظر جديدة تحت المستوى المعتدل مِنْ الضوضاء البصرية او عندما يَغْلَقُ بشكل جزئي او عندما يكون نموذج جديد لصنف.

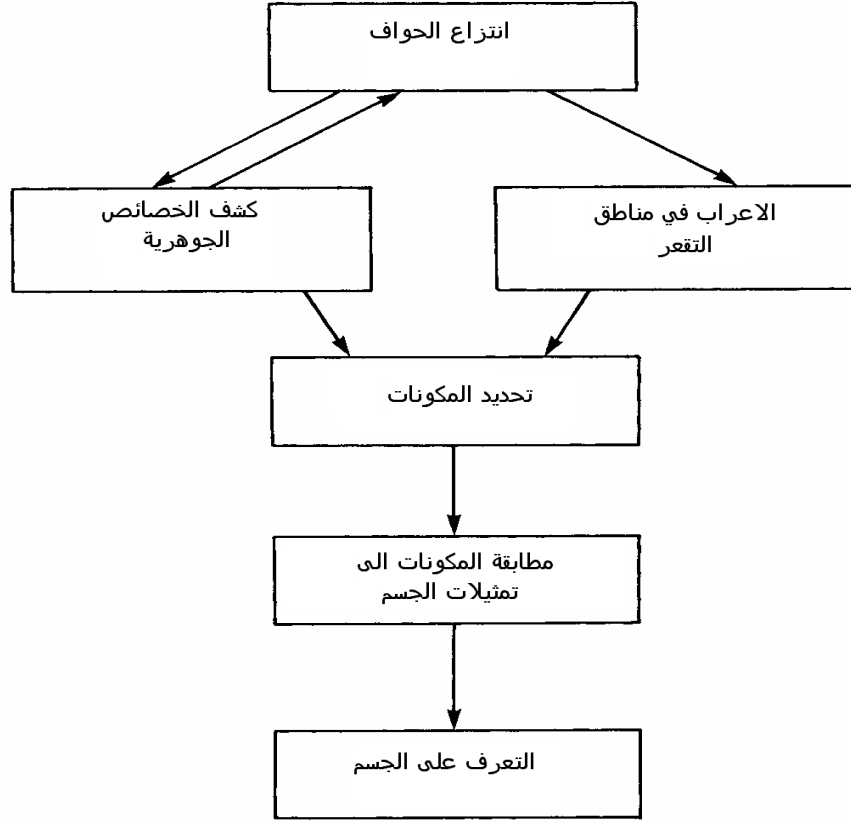
القيود الناتجة

يمكن تلخيص هذه القيود بالتالي: الوصول إلى التمثيل العقلي لا يَجِبُ أنْ يَكُونَ معتمد على الحكم المطلق للتفصيل الكمي. إنَّ المعلومات التي هي قاعدة التمييز يَجِبُ أنْ تَكُونَ ثابتة نسبياً فيما يتعلق بالتوجيه والانخفاض البسيط للمستوى. كما ان المطابقات الجزئية يَجِبُ أنْ تَكُونَ قابلة للحساب.

التمييز بالمكوّنات RBC

المساهمة (المدخل) هنا هي إقتراح لمفردات معيّنة مِنْ المكوّنات المشتقّة مِنْ آليات الوعي والادراك وحسابها لكيفية ترتيب ان هذه المكوّنات يُمكنُ أنْ تصل الى تمثيل الجسم في الذاكرة.

المراحل في عملية ادراك الجسم



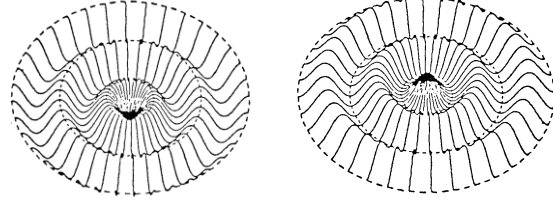
الرسم رقم 77.

القضايا

المراحل حتى تعريف المكونات مُفْتَرَض أن تكون من الأسفل للأعلى وهذا يشبه الطرق من الأعلى للأسفل (ومثال على ذلك: - من التوقع، معرفة الجسم، قيود المشهد) سَنَلاحِظُ في عددٍ من المراحل (ومثال على ذلك: - الإنقسام، تعريف المكونات، المُجَاراة). يجب التنويه هنا بأن المماثلة للمكونات تُكَدِّثُ بالتوازي و أن المطابقات الجزئية محتملة (درجة المطابقة نسبية إلى التشابه في المكونات بين الصورة والتمثيل).

وحدات التمثيل- الايونات الهندسية

تبدأ عملية تشكيل وحدات التمثيل بالإقسام إلى المناطق المنفصلة في نقاط التقرع العميق (خصوصاً في القمة حيث هناك توقفات في التقوس). بعد ذلك تستعرض ازواج التقرع الذي يظهر عندما تنضم إليها الحجوم المحدبة. كُلُّ منطقة مقطعة هي مُقَرَّبَةٌ بإحدى المجموعات المحتملة من المكونات البسيطة والتي تساوي الأيونات الهندسية. كما يُمكن أن يُشكَل بالمخاريط المُعَمَّمة: بإزالة الحجم من قِبل المقطع العرضي المتحرك على طول المحور.

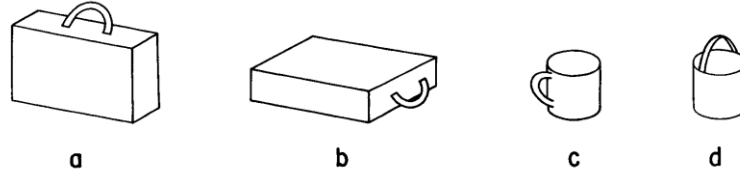


الرسم رقم 78.

الايونات الهندسية

الايونات الهندسية من المفترض ان تكون بسيطة، وذات حجوم متماثلة نموذجياً والتي تنقصر إلى التقعر الحاد (ومثال على ذلك: - الكتل، الأسطوانات، الاجسام الكروية) كما انها يمكن أن يميز على أساس ملكيات (خصائص) ادراكية في الصور الثنائية الابعاد والتي هي قابلة للكشف بسهولة ومستقلة نسبياً عن موقع النظر (ومثال على ذلك: - الإستمرار الجيد، التناظر). الأجسام يمكن أن تكون معقدة ولكن الوحدات بسيطة ومنظمة. العلاقات بين الايونات الهندسية:

- إن ترتيب العناصر الرئيسية ضروري لتمثيل الجسم المعين
- الترتيبات المختلفة لنفس المكونات يمكن أن تؤدي إلى أجسام مختلفة



الرسم رقم 79.

القواعد الادراكية للتمييز بالمكونات

بعض خصائص الحافات في الصور الثنائية الابعاد هي مأخوذة بالنظام البصري كدليل قوي على ان الحافات في الصور الثلاثية الابعاد تحتوي تلك الخصائص نفسها. الخصائص الغير عرضية هي فقط و نادراً ما تنتج بالإصطفافات العرضية من ميزات الجسم ووجهة النظر. لدينا خمس ملكيات غير عرضية وهي التالية:

- الخطية - حيث ان الحافة في الفضاء الثلاثي الابعاد هي مستقيمة أيضاً
- التقوس الخطي - حيث ان العناصر الم قوسه بيسر في الصورة تستنتج لتظهر الميزات المقوسة بيسر في الفضاء الثلاثي الابعاد.
- التناظر - حيث ان الجسم الذي يسلط الصورة متماثل أيضاً
- التوازي
- الانهاء

الخصائص الغير عرضية

مبدأ الغير عرضية

استنتاج ثلاثة فضاءات من ميزات الصورة

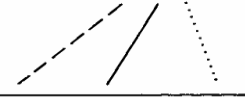
علاقة الثنائي الابعاد

الاستنتاج الثلاثي الابعاد

امثلة

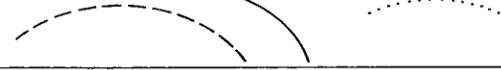
1. خطية النقاط
او الخطوط

الخطية في الفضاء الثلاثي



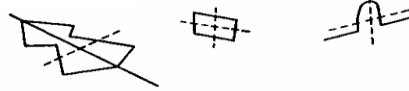
2. الخطية المقوسة.
للقواطع والاقواس

3. الخطية المقوسة في الفضاء



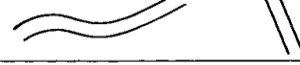
3. التماثل

3. التماثل في الفضاء

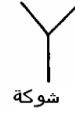
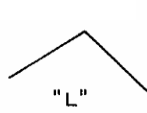


4. الاقواس
المتوازية

3. الاقواس متوازية في الفضاء

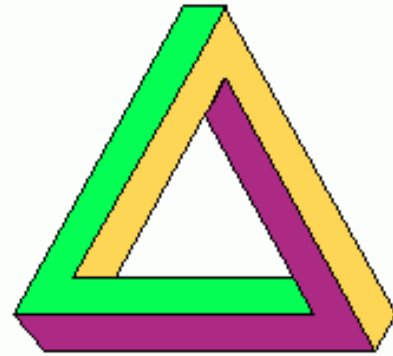
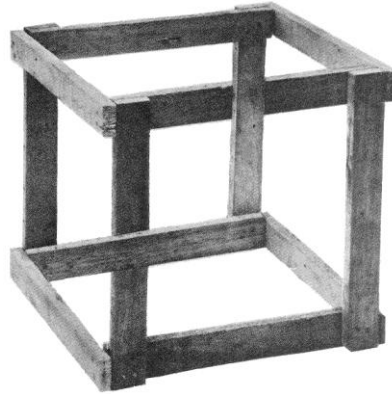


5. الذروة



الرسم رقم 81.

المثلث المستحيل



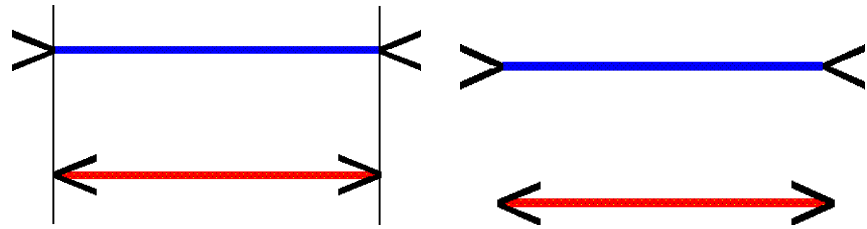
الرسم رقم 82.

الانتهاء يعتبر إصطفاف عرضي من نهايات القطع الغير مستمرة

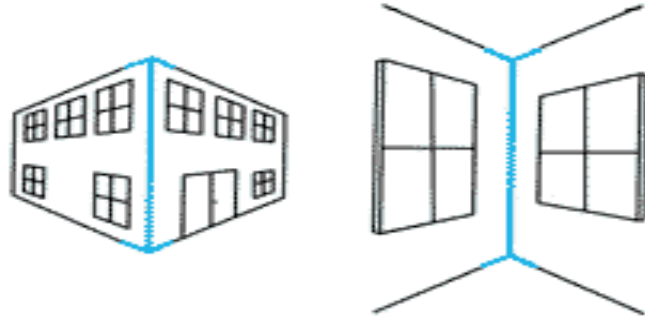


الرسم رقم 83.

وهم طبقات مولير



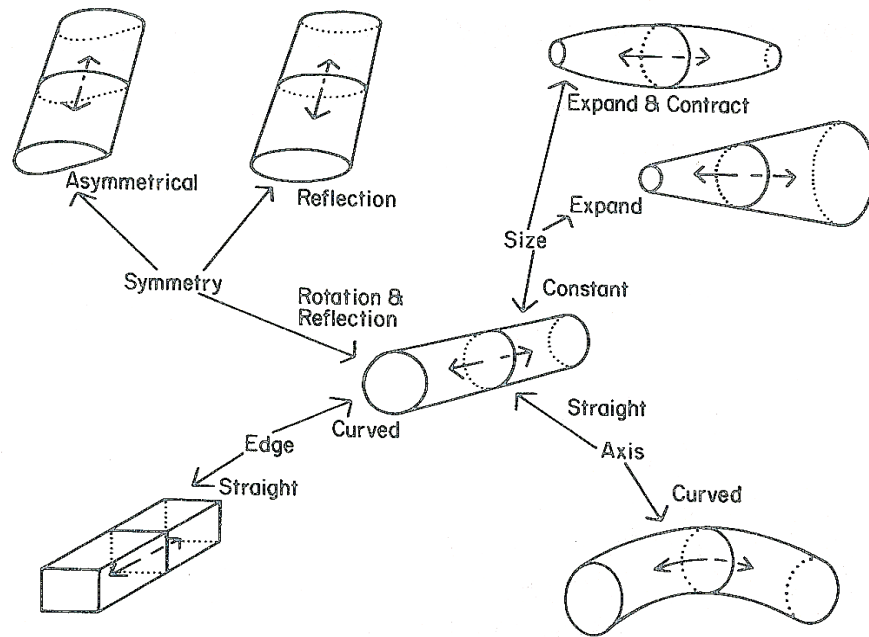
الرسم رقم 84. قمم Y، السهم، و L تُسمَحُ بالإستدلال كهُوية الحجم في الصورة.

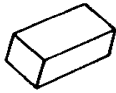




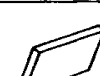


الرسم رقم 85.

توليد الايونات الهندسية من المكونات الهندسية

العناصر الرئيسية يَجِبُ أَنْ يَكُونُوا مُمَيِّزِينَ وَثَابِتِينَ بِسُرْعَةٍ بالنسبة لوجهة النظر والضوضاء . الإختلافات بين المكونات مستندة على الإختلافات في الخصائص الغير عرضية، كما ان الإختلاف في العلاقات الغير عرضية لأربعة من خواص المكونات الهندسية تُؤَلِّدُ مجموعة من 36 ايونات هندسية. مجموعة الايونات الهندسية تمثل خصائص المقطع العرضي : الشكل، التناظر، ثبات الحجم على طول المحور (2 x 3 x 3)، شكل المحور (2 x 2).



CROSS SECTION				
Geon	Edge Straight S Curved C	Symmetry Rot & Ref ++ Ref + Asymm -	Size Constant ++ Expanded - Exp & Cont --	Axis Straight + Curved -
	S	++	++	+
	C	++	++	+
	S	+	-	+
	S	++	+	-
	C	++	-	+
	S	+	+	+

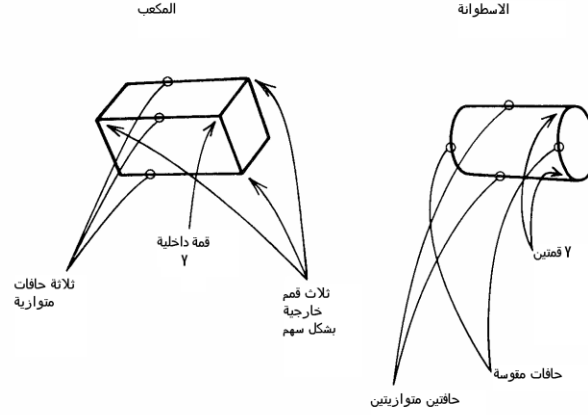
الرسم رقم 86.

المقارنات الثنائية الأبعاد الغير عرضية بين الايونات الهندسية
قيم الخواص الـ 4 يُمكن أَنْ تُكتشف مباشرة كإختلافات في الملكيات غير العرضية ومثال على ذلك :-

- حافات المقطع العرضي وتقوس المحور – تمثل الخطية أو التقوس الخطي
 - توسع الحجم الثابت للمقطع العرضي – يمثل التوازي
- المواصفات أعلاه كافية لتصنيف وبشكل إستثنائي الترتيبات المعطاة للحافات لـ 36 ايونات.

إختلافات غير عرضية متميزة أكثر ترتيب القمم – تعني وصف أغنى

بعض الاختلافات الغير عرضية بين المكعب والاسطوانة



الرسم رقم 87.

التمييز بالمكونات - الخلاصة

المجموعة المعينة من العناصر الرئيسية مشتقة من العدد الصغير من الخصائص المستقلة للمساهمة. إن نظام الإدراك يُصمم لتمثيل المجموعة الحرة لعدد بسيط من العناصر الرئيسية بالاستناد على مقارنات الإدراك البسيطة. الايونات الهندسية تُحدد إستثنائياً من خصائص صورهم الثنائية الأبعاد (مما يعني اننا لن نحتاج الى إعادة بناء الجسم الثلاثي الأبعاد المركزي). إن المساهمة مخططة في هذا العدد البسيط للعناصر الرئيسية، ثم بلستعمال نظام تمثيلي يمكننا أن نُشفر و نصل الى مجموعات حرة من هؤلاء العناصر.

التمييز بالمكونات – المبادئ العامة

رسم الخط الذي يمثل التوقعات هو وصف جيد وكافي للوصول الأساسي. كما ان الأجسام تُمثل بشكل أفضل وتحلل ببقسيمها إلى مكوناتها الطبيعية (الأجزاء). الوصف النوعي للمكونات ضروري وكافي لأن يسمح للوصول السريع إلى قواعد بيانات نماذج الجسم. تعتبر الحالات الغير عرضية من وجهة النظر الثابتة في رسم الخط الثنائي كافية للسماح للوصول السريع إلى النموذج النوعي للجسم الثلاثي الأبعاد. الوصول الأساسي لتمييز الاجسام البصرية هو مكتسب بمجاعة وصف التركيب المكاني للمكونات التي تشكل الجسم إلى قاعدة بيانات مُفهرسة من النماذج في التمثيل المماثل.

التمييز بالمكونات - فرضيات حسابية

هناك خمسة أصناف معينة من تجمعات الخط الثنائية الأبعاد والتي تعتبر كافية للوصول الى تمثيل الأجزاء. كما ان الإنقسام يجب أن يحدث في التقعر في الحدود الخارجية للجسم. شكل الايونات الهندسية هو تمثيل شكل نوعي كقوة للأجزاء التي تعتبر مناسبة للوصول الأساسي. علماً بأن الوصف الرمزي للأجسام والنماذج يجب أن تتضمننا علامات الايونات الهندسية لنفسية الطول للعرض وحجوم نسبية من الأجزاء. مثال – استعادة الايونات الهندسية بلستعمال المضاعفات المركبة

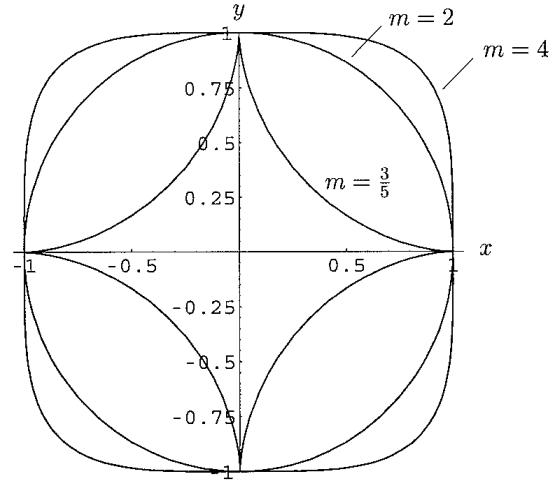
أقواس Lamé:

$$\left(\frac{x}{a}\right)^m + \left(\frac{y}{b}\right)^m = 1$$

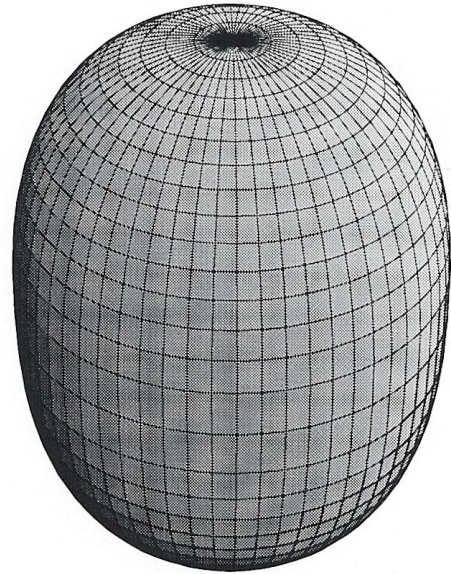
$$m = \frac{p}{q} > 0$$

القطع الناقص الكبير:

حيث ان p عدد صحيح إيجابي و q عدد صحيح إيجابي شاذ



الرسم رقم 88. من شكل النجمة إلى المربع في الحد

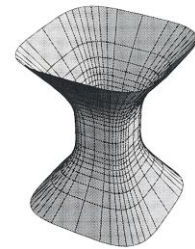


$$r(\eta, \omega) = \begin{pmatrix} a_1 \cos^{\epsilon_1} \eta \cos^{\epsilon_2} \omega \\ a_2 \cos^{\epsilon_1} \eta \sin^{\epsilon_2} \omega \\ a_3 \sin^{\epsilon_1} \eta \end{pmatrix}$$

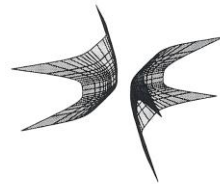
الرسم رقم 89. سطح ثلاثي الابعاد مكتسب من قبل المنتج الكروي لأقواس ثنائية الابعاد



(a)



(b)

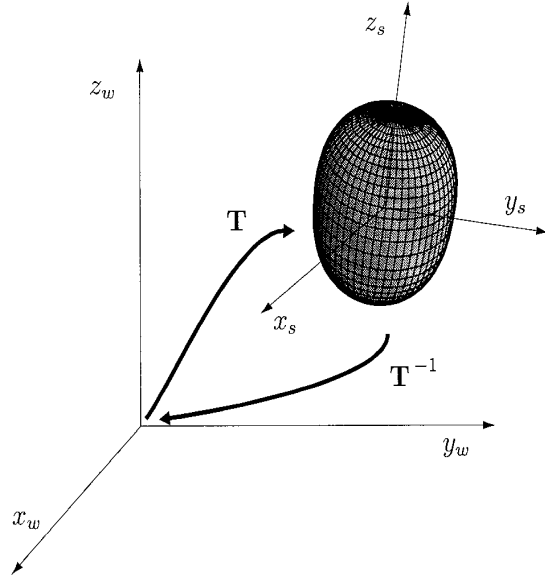


(c)



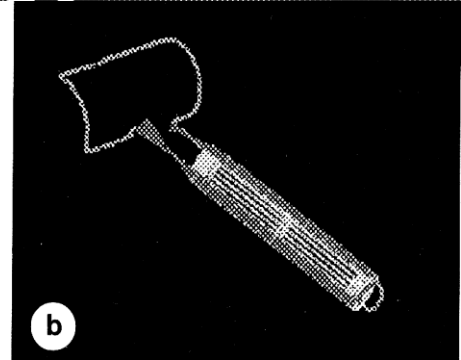
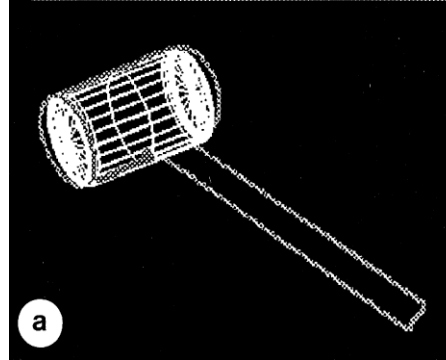
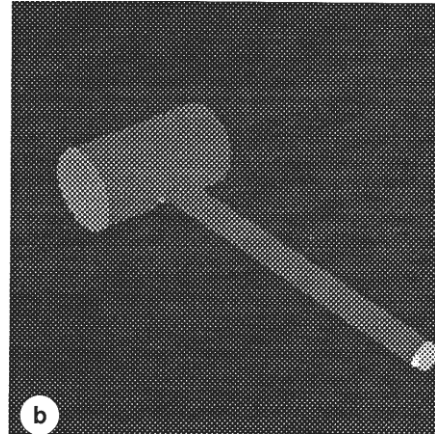
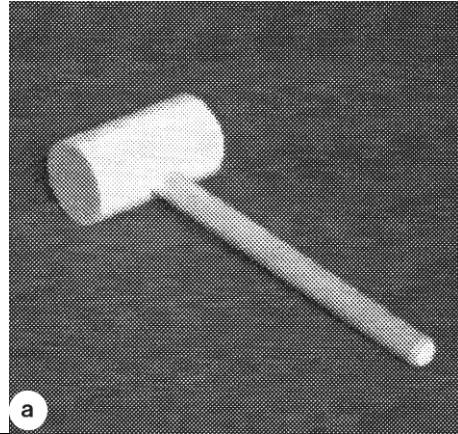
(d)

الرسم رقم 90



الرسم رقم 91.

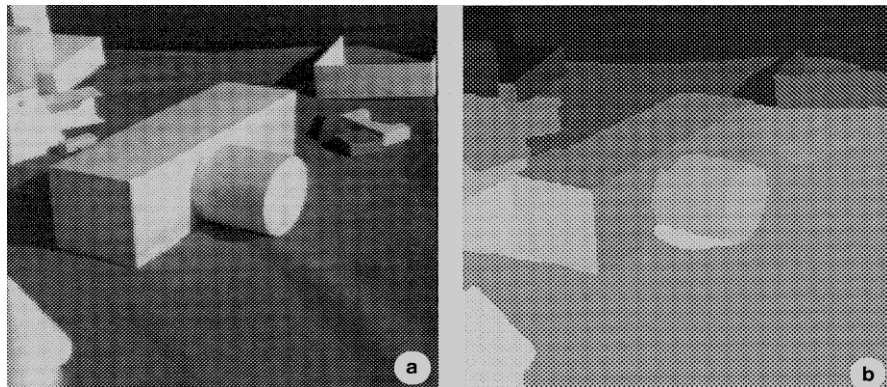
الانتقال من الاحداثيات العالمية الى احداثيات الشكل الكروي

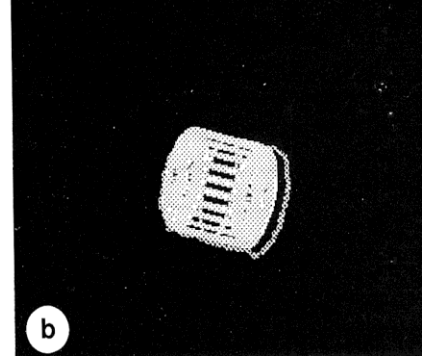
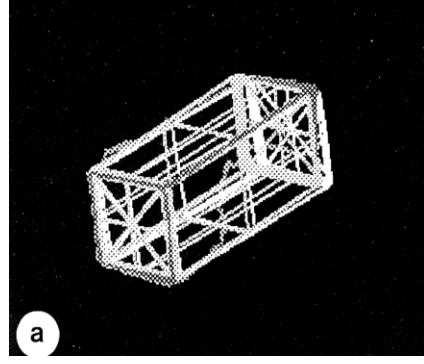


الرسم رقم 92.

الجدول رقم 9.

Superquad Parameter	Part	
	Head	Handle
a	37.19	37.19
a_1	0.45	0.22
a_2	0.45	0.22
a_3	0.69	1.14
t_x	-4.40	4.97
t_y	0.51	-3.88
t_z	-50.0	-50.0
r_{11}	0.49	0.54
r_{12}	-0.22	0.07
r_{13}	-0.84	0.84
r_{21}	-0.14	0.78
r_{22}	0.93	0.27
r_{23}	-0.33	-0.53
r_{31}	0.86	-0.26
r_{32}	0.28	0.96
r_{33}	0.42	0.09
ϵ_1	0.0	0.0
ϵ_2	1.0	1.0
bend_z	0.0	0.0
taper_z	0.0	0.0





الرسم رقم 93.

القضايا

المجال:

يعتبر التمييز بالمكونات مناسب بشكل رئيسي للتصنيف.

المشاكل:

- إنترزاغ الأجزاء من الصورة صعب وعديمة الثقة في أغلب الأحيان.
- العديد من الأجسام لا يمكن أن تُميز بتركيب جزئهم فقط.
- المعلومات المترية ضرورية في العديد من الحالات.

التمييز المبني على الوظيفة

الخطوط العريضة

- موقع الرؤية المستندة على الوظيفة ضمن رؤية الحاسوب
- إستعمال الرؤية المستندة على الوظيفة في مهام التمييز المُخْتَلَفَة
- إيجاد جسم المعرفة

التمييز في سياق الكلام

التمييز: هو الدراسة ضمن سياق تصرف عامل ما، تُؤدّيها في بيئةٍ سويّة مع نوايا هذا العامل التي تُترجم إلى مجموعة السلوك.

الجسم: هو أي منطقة من البيئة الحسيّة التي يُمكن أن يتم تنفيذ عملا عليها بشكل مُنفصل. هو المنطقة التي تكون ثابتة فيما يتعلق بصنف العمل الذي يُمكن أن تدعّم. للتوضيح نأخذ مثال " مفهوم الكأس ": وهو الشئ الذي يعتبر بأنّه محتمل للشرب منه، وهنا تبرز بعض الاسئلة التي يمكن ان تحدد خواص هذا الجسم:

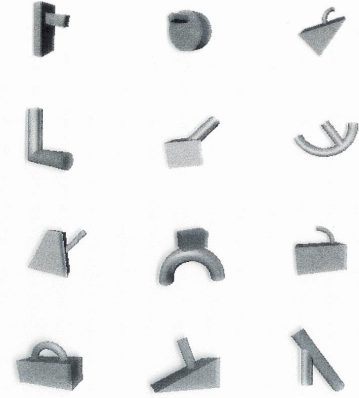
١. هل هو من صنع الانسان؟ (إنتظام الشكل)
٢. هل هو جامد؟ (وحدات الحركة)
٣. هل هو نقال؟ (لإستعماله نحن يجب أن نُفصله عن موقعه الحالي)
٤. هل هو قابل للإدراك؟ (مقاييس من الحجم المُتأكّد والصارم)
٥. هل هو مقعر؟ (يُمكن أن يحمل سائل، وله حجم في بعض المدى)

هنا الوظيفة ترشد على الشكل.

إختيار الأداة

لعامل ما A و تحت السلوك B في البيئة E، ماهو المطلوب لكي يتمكّن جسم ما من التصرف كـ X؟

Pick a Tool



الرسم رقم 94.

تصنيف الآليات

الصف الرئيسي من الأجسام وهو الأداة التي تُحوّل القوة بين المستعمل و الجسم المستلم (ومثال على ذلك: - الكرسي ، مقبض الباب ... الخ) حيث تؤدي الكفاءة الميكانيكية إلى الهندسة المقيدة.

الأدوات اليدوية

” مفهوم السكين “: الشيء الذي هو محتمل للقطع به. مع هذه الوظيفة والأداة تبرز عدة أسئلة:

هل هو من صنع الإنسان؟ يجب ان يدل الجواب على: (انتظام الشكل)

هل هو غير متحرك؟ يجب ان يدل الجواب على: (وحدات الحركة)

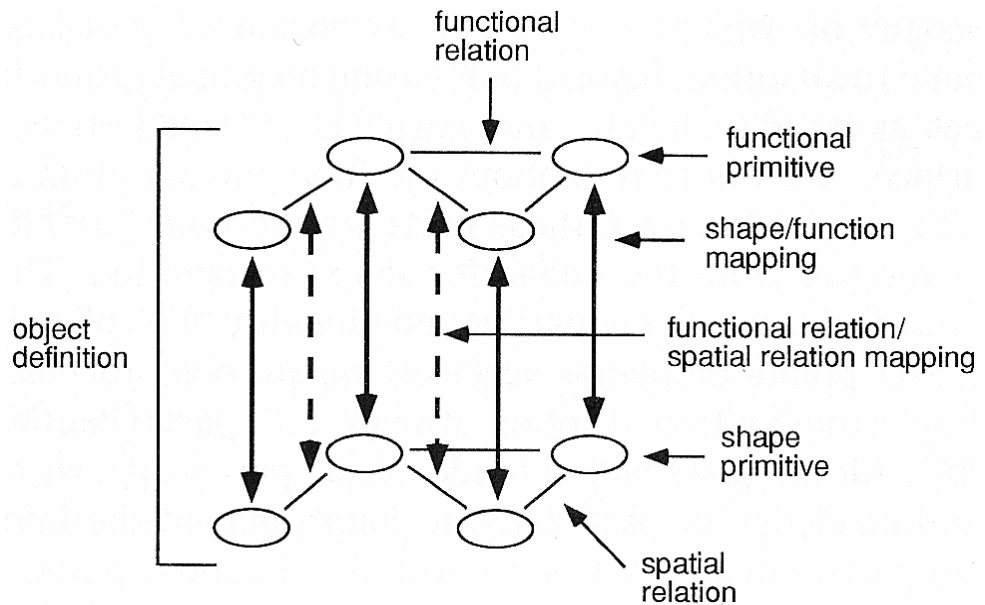
هل هو نقال؟ (لإستعماله نحن يجب أن نفصله)

هل هو قابل للإدراك؟ (المقاييس في الحجم المتأكد والصارم)

هل له حافة حادة؟ (من الناحية الهندسة: طويل، رفيع، له نهاية حادة : لقطع X- له مقاييس ضمن نطاق محدد)

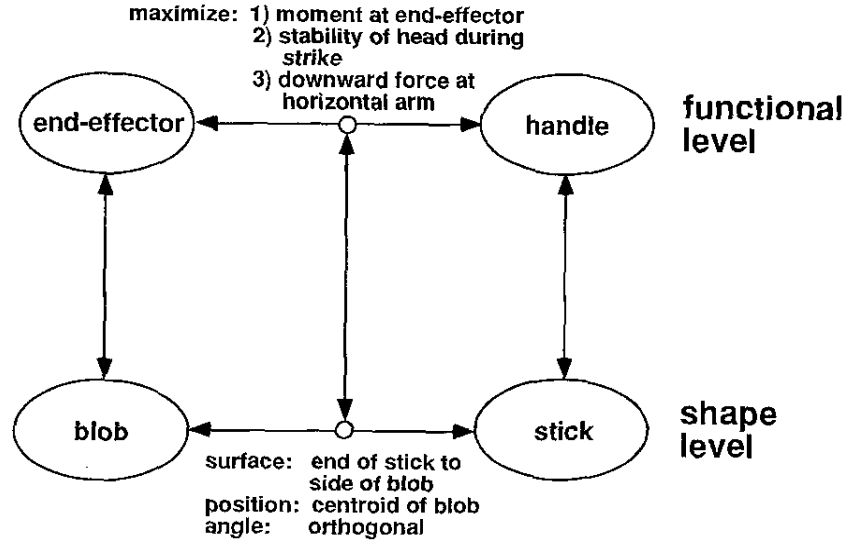
هل يُحوّل القوة بشكل كفوء؟

تمثيل وظيفة الجسم



الرسم رقم 95.

مفهوم "المطرقة"



الرسم رقم 96.

التعرف بالأجزاء الوظيفية

الأفكار الرئيسية

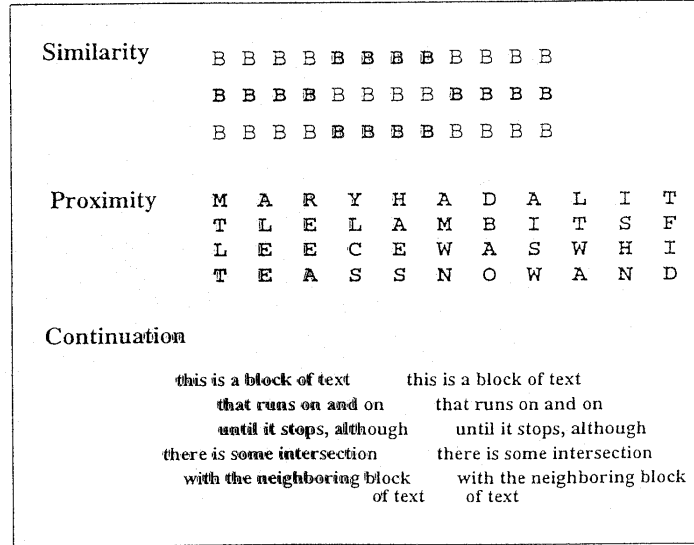
لتوضيح الأفكار الرئيسية من هذه الطريقة سنطرح المثال التالي: الوثيقة مُصمَّمة لنقل المعلومات من المؤلف إلى قارئ أو أكثر. مع الأخذ بالاعتبار أن الوثيقة يجب أن تُصمَّم بطريقة لتسهيل عملية النقل. الميزات الوظيفية للوثيقة هي الخصائص التي يُمكن أن تُكتشف وتُستعمل لوصف وتصنيف الوثيقة بشكل مستقل و مرضي. إستلام الرسالة:

هناك ثلاثة طرق أساسية التي يمكن فيها للقارئ التفاعل مع الوثيقة طبقاً للحاجة للمعلومات:

- القراءة - الاستعراض الكامل للوثيقة، بحيث تعتبر كل المعلومات في الوثيقة بجانب من الإهتمام المحتمل
- التصفح - الاستعراض للمعلومات المثيرة
- البحث- الاستعراض للمعلومات المعينة

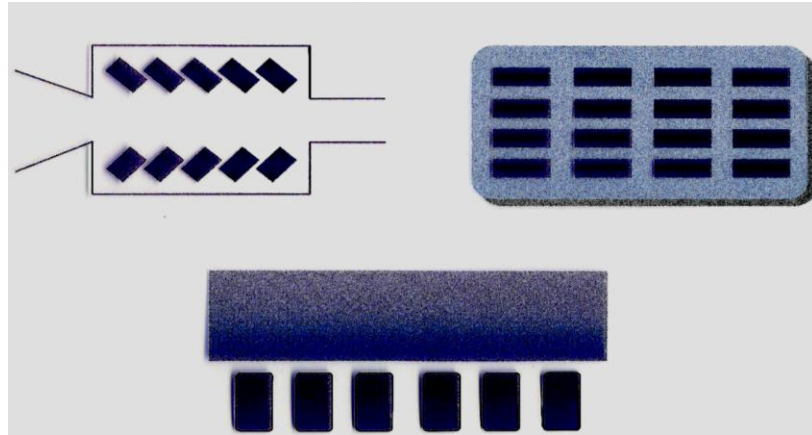
التنظيم الوظيفي و قوانين التكوين

هناك ثلاث ميزات يجب ان تتوفر ضمن شروط التنظيم الوظيفي وقوانين التشكيل في الوثيقة وهي كما في المثال اللاحق التالية: التشابه، القرب و الاستمرارية.



الرسم رقم 97.

تصنيف الموقع بالإستناد على الوظيفة
لدينا في الرسم التالي مثال على تصنيف مواقع الآليات حسب الوظيفة:



الرسم رقم 98.

إكتشاف الوجوه

- إكتشاف الوجوه - ماهي عملية إكتشاف الوجوه و لماذا؟
- لنفترض ان لدينا صورة والمهمة المطلوبة يمكن ان تقسم الى التالي:
- الهدف: إيجاد كَلّ الوجوه في الصورة، مع الرغبة بعدم وجود اي أخطاء.
- عملياً: إيجاد أكثر الوجوه، بينما نفع ببضعة أخطاء.
- ماهو الهدف من ذلك؟ بشكل رئيسي هو التعرف على وجوه الناس مما يؤدي الى التعرف على الناس اصحاب هذه الوجوه. لذلك اول ما نبتدا به هو السؤال: ما هو الوجه؟ وما هي الطرق للكشف عن الوجه. هذا يقودنا الي:
- الكثير من لحساب ...

- البحث عن الميزات ذات المغزى في الوجه:
 - العيون، الأنف، الأذان، حُطّ ذقن، المسافات بين عناصر الوجه... الخ.
- تدريب الكاشف
 - مجموعة من عدد من المصنفات الضعيفة المرجحة والمختلفة عن بعضها البعض بالتالي:
 - مجموعة الميزات
 - مجموعة التدريب
 - طريقة التدريب

الطريقة المقترحة

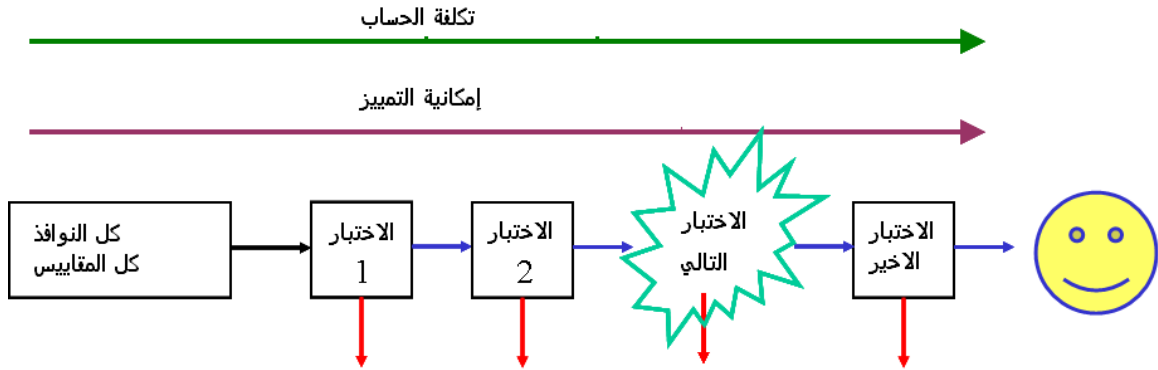
تعتمد هذه الطريقة على الأفكار التالية:

تصميم تركيب (بنية) الكاشف بحيث انه يستطيع ان ينفذ العمليات بسرعة، كما انه يحتوي على مجموعة الميزات و طريقة إختيار (استقراء) هذه الميزات (طريقة التدريب) مما يؤدي الى تعزيز امكانيات هذا الكاشف. أيضاً يجب ان يحتوي على مجموعة إختيار شاملة جداً بالاضافة الى طريق لتوليد أمثلة سلبية آلياً.

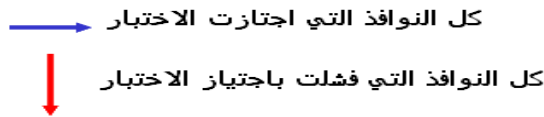
تركيب (بنية) الكاشف

تتمسح الكاشفات عادة كل نافذة في الصورة في كل مقياس و تُدير الكاشفات التقليدية كل المصنفات على كل النوافذ مع العلم بأن بعض النوافذ يمكن أن تُنبذ بسرعة كبيرة جداً. لذا، فاننا امام وقت حساب ضائع هنا. لحل هذه المشكلة نقوم بالتالي:

- ترتيب مجموعة متسلسلة من الإختبارات.
 - فقط النوافذ التي تُنجح في الإختبار يمكنها الانتقال إلى المرحلة التالية اما باقي النوافذ تُنبذ وتُهمَل.
 - النوافذ التي تنجح في كل الإختبارات تعلن كوجوه.
 - كل إختبار يعتبر غالي بالمفهوم الحسابي أكثر من الإختبار الذي يسبقه، لكن أيضاً أكثر تمييزاً.
- الكاشف بشكل تخطيطي



الرسم رقم 99.



التدريب: بناء الكاشف

التدريب يتم بشكل غير مباشر ، كخطوة من مرحلة المعالجة المبدئية (الإعداد). كما انه يأخذ الكثير من الوقت:

- تحتاج النسخة الغير متوازية الى أسابيع.
- تحتاج النسخة المتوازية الى يوم.

مجموعات المعلومات:

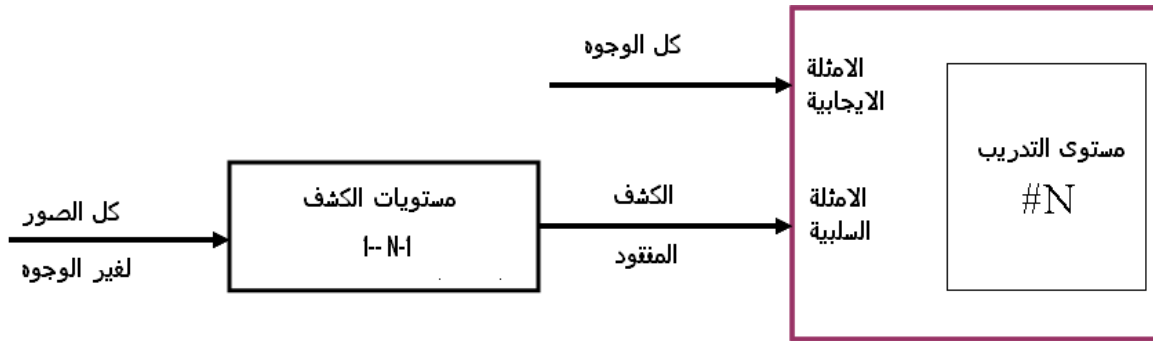
في حالة الأمثلة الإيجابية هناك حوالي 5000 وجه (كُل منها هي نافذة بمقاييس 24 * 24 نقطة)، مع العلم انها لا تُصطفُ بالكامل.
في حالة الأمثلة السلبية: هناك حوالي 10000 صورة والتي لَنْ تحتوي على أي وجوه.



الرسم رقم 100.

مجموعة التصديق المستقلة

- كُل مستوى هو مُدَرَّب بشكل مُفصل، حسب الطلب المتسلسل. حيث تحتوي مجموعة التدريب على:
- الأمثلة الإيجابية: كُل وجوه المساهمة.
 - الأمثلة السلبية: الكشوفات الأولى الـ 5000 التي وَجِدَتْ بتنفيذ الكاشف. إلى ذلك المستوى على مجموعة الصور - غير الوجوه.
- كُل مستوى يُدَرَّب بالاستناد على أخطاء المستويات السابقة له.



الرسم رقم 101.

وضع الأهداف لكامل الكاشف

- الإحتمال الكلي للكشف (PD)
- نسبة الإنذار الكاذب الكلية (FAR)
- الإحتمال الأعلى للكشف - مستويات معقدة أكثر
- نسبة الإنذار الكاذب الأقل - مستويات أكثر

وضع الأهداف لكُل مستوى:

يُمْكِنُ أَنْ يَشْتَقَّ إْحْتِمَالُ نسبة الإنذار الكاذب والكشف لكُل مستوى مِنْ إْحْتِمَالِ الكاشف الكلي فيما يتعلق بالاحتمال الكلي و نسبة الانذار.

المبادلات حيث تحدد خصائص الكاشف حسب المعطيات التالية: إْحْتِمَالِ الكشف، نسبة الإنذار الكاذب، عدد الميزات، عدد المستويات (وقت التنفيذ)

التدريب: مستوى واحد

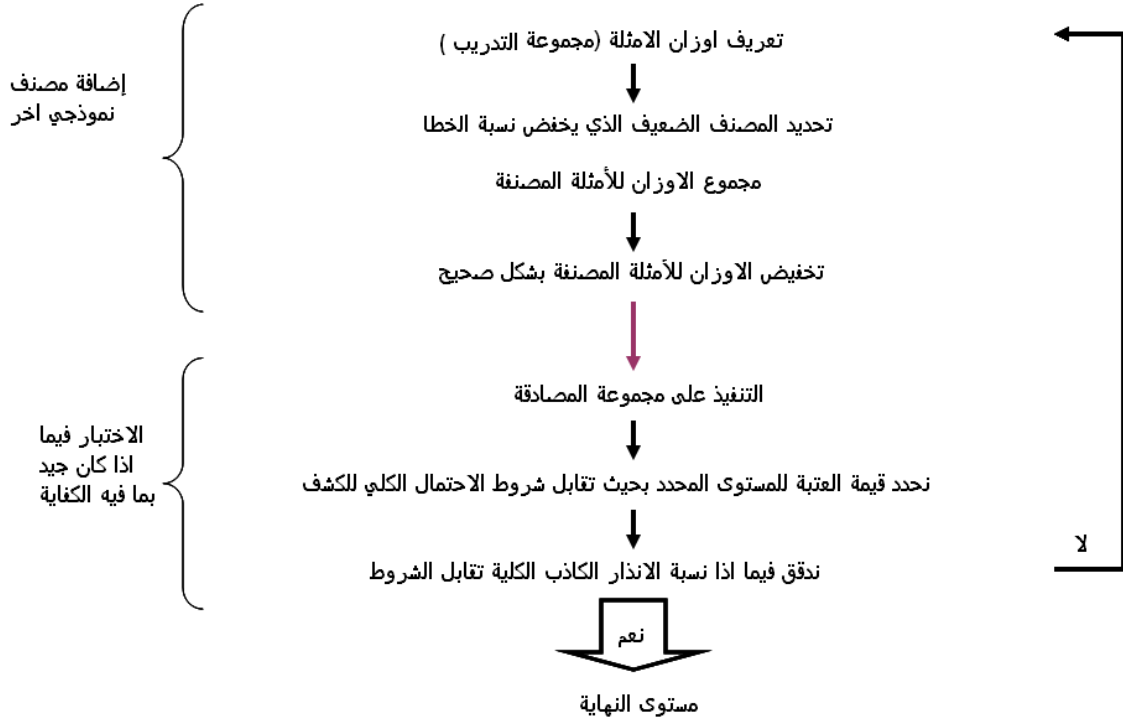
كُل مستوى يُكَوَّنُ من مجموعة مصنفات ضعيفة. كما ان كُل مصنف يتكون من:

- دالة لتنفيذها على النافذة (لنحصل على قيمة الميزة) □
- مستوى العتبة T_i
- التقاطب (وهو انتماء الوجوه الى ما فوق العتبة أو تحت العتبة) P_i تنتمي الى $\{1, -1\}$

حيث ان عائدات هذه الدالة $0/1$ $R_i \in \{0,1\}$ $R_i = (P_i \cdot f_i(Win) > P_i \cdot T_i)$ وقد تم تخصيص الوزن W_i

يَعطِي هذا المستوى الجواب التالي: $Ans = (\sum (W_i \cdot R_i) > Threshold_{level})$ إنقاصُ العتبة يُؤدِّي إلى الإحتمالِ الأعلى مِنْ الكشفِ ونسبةِ الإنذارِ الكاذبِ الأعلى

التدريب: المستوى الواحد - إختيار المصنفات



الرسم رقم 102.

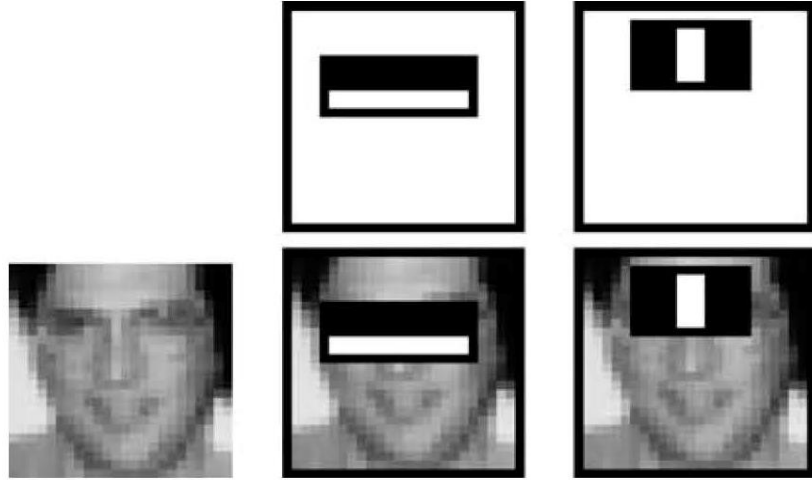
وصف المصنفات

كُلِّ مصنف هو مجموع من 2، 3 أو 4 من المستطيلات المتجاورة و بنفس الحجم. كل مستطيل يمثل مجموع النقاط بداخله. مع العلم ان هناك ترتيبات مختلفة للمستطيلات بما في ذلك كُلِّ الحجم المحتمل ومواقع المستطيلات. المستطيلات هي مَجْمُوع أَمَّا كإيجابي (أزرق) أو سلبى (أصفر).



الرسم رقم 103.

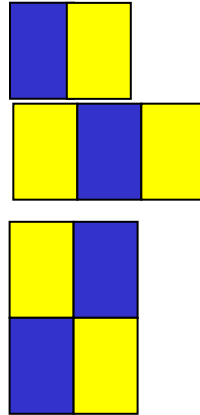
بالنسبة للنافذة ذات عدد النقاط 24×24 - هناك أكثر من 160,000 مصنف محتمل (بما في ذلك كل الأنواع، كل المواقع، كل الحجم). تتطلب أن تكون عملية الاختيار كفوءة. المثال: تم اختيار المصنفان الأولان :



الرسم رقم 104.

المصنف- التفسير

هذا يشبه وظائف قاعدة Haar. كما يمكن أن يعطي تفسير حدي أيضاً: يُقِيم الإشتقاق الأول.



مشابه للإشتقاق الثاني، ايضاً هو كاشف للخط
الرسم رقم 105.

يُقِيم الإشتقاق في XY

المصنفات- العالية الكفاءة

• الكفاءة الحسابية :

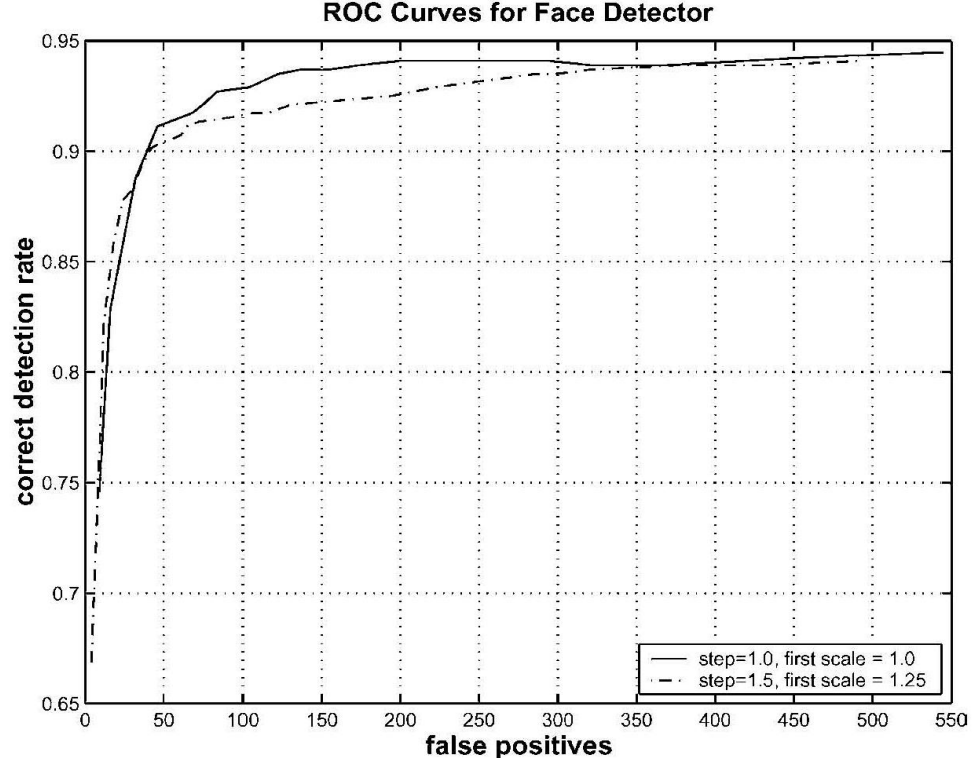
- استعمال الصورة التكاملية (I_I)
- إن الصورة التكاملية، رسمياً تعرف بالصيغة التالية:

$$I_I(i_o, j_o) = \sum_{i=1}^{i_o} \sum_{j=1}^{j_o} I(i, j)$$

- وبشكل حرفي - مجموع النقاط إلى تلك النقطة يمكن أن يُحسَبَ بمرور واحد فوق الصورة.
- الميزات يمكن أن تُحسَبَ في إشارات مصفوفة 6-9.

- الكفاءة متعدّدة المقاييس
 - يمكن تغيير مقياس الكاشف بدلاً من تغيير مقياس الصورة
 - يؤمن كفاءة أفضل من أي طريقة أخرى من تلك التي تتطلب الهرمية.

النتائج



الرسم رقم 106.

بالمقارنة مع الآخرين:

الجدول رقم 10.

الكاشف	الإكتشافات الخاطئة							
	10	31	50	65	78	95	167	422
1	76.1%	88.4%	91.4%	92.0%	92.1%	92.9%	93.9%	94.1%
2	81.1%	89.7%	92.1%	93.1%	93.1%	93.2%	93.7%	—
3	83.2%	86.0%	—	—	—	89.2%	90.1%	89.9%
4	—	—	—	94.4%	—	—	—	—
5	—	—	—	—	(94.8%)	—	—	—

الجدول : يبين نسب الكشف لعدد مختلف من النتائج الموجبة الخاطئة على مجموعة الاختبار التي احتوت على 130 صورة وعدد 507 من الوجوه.

الإصطفاف

الإصطفاف هي طريقة من طرق الت عرف على الأجسام بإيجاد التطابق والتوافق بين ميزات النموذج والصورة. يفترض الإصطفاف التطابق مراراً وتكراراً بين المجموعة الأقل ما يمكن من ميزات النموذج والصورة وبعد ذلك يُحاول إيجاد وقفات النموذج. لحساب الوقفات فإن نموذج التقدير يجب أن يتم تحديده. العدد الأقل من النقاط المطلوب لحساب وقفة النموذج هو ثلاثة.

تتلخص الفكرة العامة من مبدأ الإصطفاف بالتالي:

- أعطيت صورة مدخلة و نموذج مرشح، ويتم تأسيس مطابقة بينهم.
- نحدد التحويل من النموذج إلى الصورة
- نطبق تحويل الاستعادة إلى النموذج
- نقارن النموذج المحول بالجسم المنظور
- بالاستناد على هذه المقارنة نختار أفضل نموذج

هناك العديد من الخطوات التي يجب القيام بها قبل، أثناء وبعد الإصطفاف:

الخطوات العامة قبل الإصطفاف:

1. اختيار جسم الاهتمام في الصورة.
2. التقسيم- تحديد الخطوط الخارجية للأجزاء الثانوية من الصورة التي سيتم تطبيق عملية التمييز اللاحقة عليها.
3. وصف الصورة - لانتزاع المعلومات التي سنكون مستعملين لمجاراة الجسم المنظور بنماذج الجسم المخزنة
4. إنتزاع مفتاح الإصطفاف. مفتاح الإصطفاف هو معلومات تُستعمل لجلب الجسم والنماذج المنظورة إلى الإصطفاف.

الخطوات أثناء الإصطفاف:

1. مطابقة الجسم المنظور مع عدد كبير من النماذج المخزنة في الذاكرة.
2. الإصطفافات الفردية

الخطوات العامة بعد الإصطفاف:

1. الفهرسة (التصنيف) - نستعمل بعض المعايير لفلتر النماذج الغير محتملة. وبعد تنفيذ هذه المراحل يمكن الانتقال الى المرحلة الحاسمة وهي المطابقة.

الوقفة (الوضعية) ثلاثية الابعاد من ثلاث نقاط مطابقة

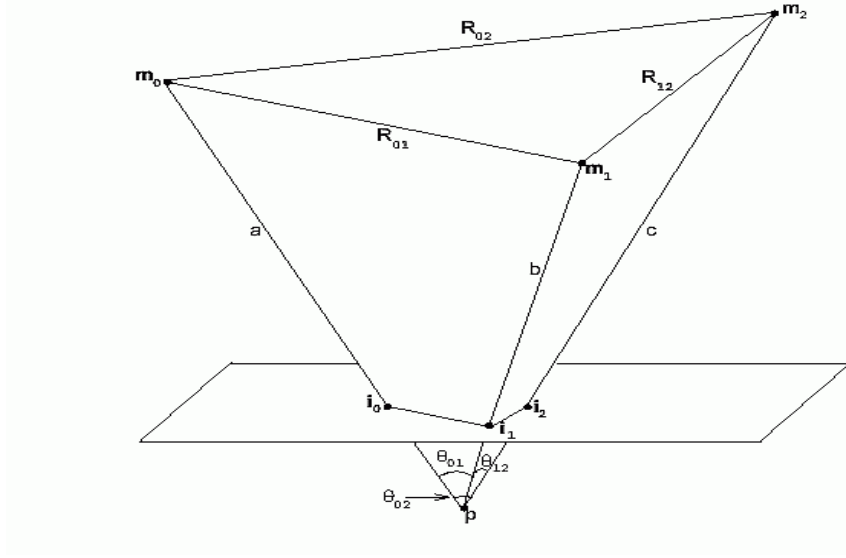
نفترض ان العمل مع الوضعية الثلاثية الابعاد من ثلاث نقاط مطابقة هو يقع تحت التقدير (الاسقاط) المنظوري الضعيف. إن المشكلة هي في تحديد وضعية الثلاث نقاط في الفضاء المعطى والمطابقة لثلاث نقاط في الصورة. وهذا يعطي تعابير مباشرة لثلاثة نقاط النموذج المطابق في إحداثيات الصورة كما يعطي تعبير الموقع في الصورة لأي نقطة اضافية وغير مطابقة من النموذج.

خوارزمية الإصطفاف

تقوم هذه الخوارزمية على الخطوات التالية:

- بافتراض المطابقة بين ثلاث نقاط النموذج ونقاط الصورة الثلاث.
- نحسب الوضعية الثلاثية الابعاد للنموذج من المطابقة النقاط - الثلاثية.
- نتوقع مواقع الصورة لباقي نقاط النموذج الباقية والميزات الممتدة باستعمال الوقفة الثلاثية الابعاد.
- نتحقق من صحة الفرضية بالنظر في الصورة قرب المواقع المتوقعة من ميزات النموذج للميزات المطابقة في الصورة.

الحل المنظوري



الرسم رقم 107.

نقاط النموذج $\vec{m}_0, \vec{m}_1, \vec{m}_2$ تمرُّ بالتقدير المنظوري لإنتاج نقاط الصورة $\vec{i}_0, \vec{i}_1, \vec{i}_2$

لنفترض ان نقاط الصورة $\vec{i}_0, \vec{i}_1, \vec{i}_2$ تكونُ ممتدةً كالتالي: $(x, y) \rightarrow (x, y, f)$ ثم

$$\cos \theta_{01} = \hat{i}_0 \cdot \hat{i}_1, \quad \cos \theta_{02} = \hat{i}_0 \cdot \hat{i}_2, \quad \cos \theta_{12} = \hat{i}_1 \cdot \hat{i}_2$$

إنَّ المشكلة تكمن في اعطاء: $R_{01}, R_{02}, R_{12}, \cos \theta_{01}, \cos \theta_{02}, \cos \theta_{12}$ وبالحث عن: a, b, c. من قانون جيب التمام لدينا التالي:

$$a^2 + b^2 - 2ab \cos \theta_{01} = R_{01}^2$$

$$a^2 + c^2 - 2ac \cos \theta_{02} = R_{02}^2$$

$$b^2 + c^2 - 2bc \cos \theta_{12} = R_{12}^2$$

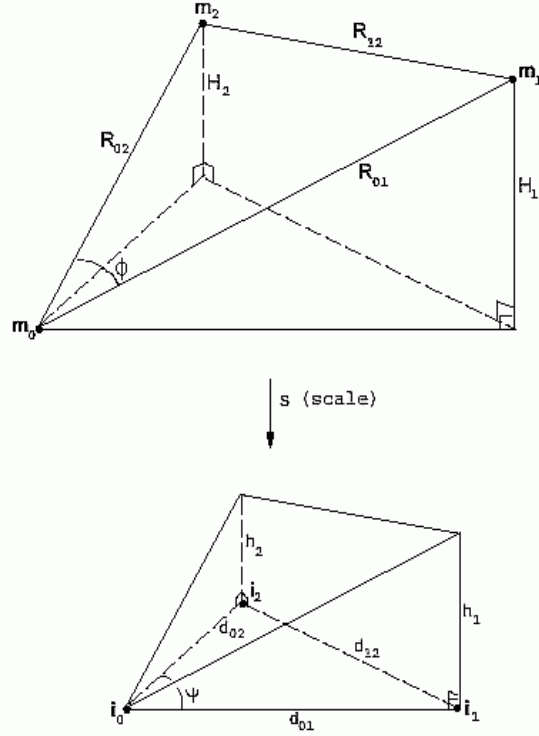
باستعمال a, b, c المعطاة، نحن يُمكنُ أَنْ نَحسبَ المواقع الثلاثية الابعاد لنقاط النموذج:

$$\vec{m}_0 = a\hat{i}_0, \quad \vec{m}_1 = b\hat{i}_1, \quad \vec{m}_2 = c\hat{i}_2$$

تبرير التقريب المنظوري الضعيف

ان التقدير المنظوري التقريبي هو مباشر في العديد من الحالات، كما انه أقل تعقيداً و أسهل مفهوماً. كما اننا في هذه الحالة نحن لسنأ بحاجة إلى أَنْ نَعْرِفَ الطول البؤري والنقطة المركزية لآلة التصوير. وعليه هناك الحلول الأقل (أربعة للمنظور إثنان منهم للمنظور الضعيف).

الحل الضعيف المنظوري



الرسم رقم 108 : نقاط النموذج $\vec{m}_0, \vec{m}_1, \vec{m}_2$ التي تُمرّ بالتقدير الإملاني زائداً تغيير المقياس لإنتاج نقاط الصورة $\vec{i}_0, \vec{i}_1, \vec{i}_2$ لاستعادة الوضعية الثلاثية الابعاد للنموذج يجب أن نعرف المسافات بين نقاط النموذج (R_{01}, R_{02}, R_{12}) والمسافات بين نقاط الصورة (d_{01}, d_{02}, d_{12}) .
العوامل الهندسية في الرسم السابق (سيثبت لاحقاً):

$$s = \sqrt{\frac{b + \sqrt{b^2 - ac}}{a}}$$

$$(h_1, h_2) = (\pm(\sqrt{(sR_{01})^2 - d_{01}^2}, \sigma\sqrt{(sR_{02})^2 - d_{02}^2})$$

$$(H_1, H_2) = \frac{1}{s}(h_1, h_2)$$

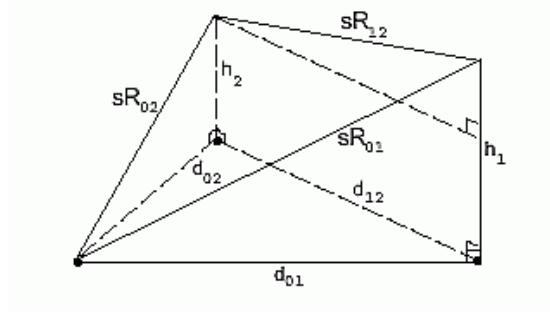
انظر المعادلات (13) - (7).

حساب الحلّ الضعيف المنظوري
من الرسم التالي لدينا ثلاثة قيود:

$$h_1^2 + d_{01}^2 = (sR_{01})^2 \quad (1)$$

$$h_2^2 + d_{02}^2 = (sR_{02})^2 \quad (2)$$

$$(h_1 - h_2)^2 + d_{12}^2 = (sR_{12})^2 \quad (3)$$



الرسم رقم 109: مُنطِقُ التقدير الإملائي زائداً تغيير القياس مِنْ ثلاثِ نقاطِ النموذج إلى الصورة.

بمُضَاعَفَتِ (3) بـ 1 وإضافة كُلِّ الثلاثة نحصل على التالي:

$$2h_1h_2 = s^2(R_{01}^2 + R_{02}^2 - R_{12}^2) - (d_{01}^2 + d_{02}^2 - d_{12}^2) \quad (4)$$

نَتَوَصَّحُ (4) وإستعمال (1) و (2) لإزالة h_1^2 و h_2^2 نحصل على الصيغة التالية:

$$4(s^2R_{01}^2 - d_{01}^2)(s^2R_{02}^2 - d_{02}^2) = (s^2(R_{01}^2 + R_{02}^2 - R_{12}^2) - (d_{01}^2 + d_{02}^2 - d_{12}^2))^2 \quad (5)$$

الذي يُؤدِّي إلى التربيع في s:

$$as^4 - 2bs^2 + c = 0 \quad (6)$$

حيث:

$$\begin{aligned} a &= 4R_{01}^2R_{02}^2 - (R_{01}^2 + R_{02}^2 - R_{12}^2)^2 \\ &= (R_{01} + R_{02} + R_{12})(-R_{01} + R_{02} + R_{12})(R_{01} - R_{02} + R_{12})(R_{01} + R_{02} - R_{12}) \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} b &= 2R_{01}^2d_{02}^2 + 2R_{02}^2d_{01}^2 - (R_{01}^2 + R_{02}^2 - R_{12}^2)(d_{01}^2 + d_{02}^2 - d_{12}^2) \\ &= d_{01}^2(-R_{01}^2 + R_{02}^2 + R_{12}^2) + d_{02}^2(R_{01}^2 - R_{02}^2 + R_{12}^2) + d_{12}^2(R_{01}^2 + R_{02}^2 - R_{12}^2) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} c &= 4d_{01}^2d_{02}^2 - (d_{01}^2 + d_{02}^2 - d_{12}^2)^2 \\ &= (d_{01} + d_{02} + d_{12})(-d_{01} + d_{02} + d_{12})(d_{01} - d_{02} + d_{12})(d_{01} + d_{02} - d_{12}) \end{aligned} \quad (9)$$

إنَّ الحلول الإيجابية للتربيع:

$$s = \sqrt{\frac{b \pm \sqrt{b^2 - ac}}{a}} \quad (10)$$

مِنْ (1)، (2) و (4) لدينا:

$$(h_1, h_2) = \pm(\sqrt{(sR_{01})^2 - d_{01}^2}, \sigma\sqrt{(sR_{02})^2 - d_{02}^2}) \quad (11)$$

$$\sigma = \begin{cases} 1 & \text{if } d_{01}^2 + d_{02}^2 - d_{12}^2 \leq s^2(R_{01}^2 + R_{02}^2 - R_{12}^2) \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases} \quad (12)$$

$$(H_1, H_2) = \frac{1}{s}(h_1, h_2) \quad (13)$$

يُفْشَلُ الحُلُّ عندما يتحلل مثلث النموذج إلى الحَظِّ، الذي تكون به الحالة $a=0$.

موقع الصورة للنموذج ذو النقاط الأربع.

لنفترض ان نقاط الصورة تُكوِّن التالية:

$$\vec{i}_0 = (x_0, y_0), \vec{i}_1 = (x_1, y_1), \text{ and } \vec{i}_2 = (x_2, y_2)$$

بإعطاء s, h_1, h_2 نحن يُمكن أَنْ نَعَكْسَ التقدير للحصول على شجرة نقاط النموذج:

$$\begin{aligned}\vec{m}_0 &= \frac{1}{s}(x_0, y_0, w) \\ \vec{m}_1 &= \frac{1}{s}(x_1, y_1, h_1 + w) \\ \vec{m}_2 &= \frac{1}{s}(x_2, y_2, h_2 + w)\end{aligned}\quad (14)$$

حيث ان المجهول w لا يُمكن أَنْ يُستَعَادَ.

نرمز لنقاط النموذج بـ \vec{p}_i في إطار إحداثيات النموذج الإعتباطي . بلستعمال $\vec{p}_0, \vec{p}_1, \vec{p}_2$ يمكن ان نحل معادلة الموجة التالي لإحداثيات القريب الممتدة (α, β, γ) ، لـ \vec{p}_3

$$\vec{p}_3 = \alpha(\vec{p}_1 - \vec{p}_0) + \beta(\vec{p}_2 - \vec{p}_0) + \gamma(\vec{p}_1 - \vec{p}_0) \times (\vec{p}_2 - \vec{p}_0) + \vec{p}_0 \quad (15)$$

دع

$$x_{01} = x_1 - x_0 \quad y_{01} = y_1 - y_0,$$

$$x_{02} = x_2 - x_0 \quad y_{02} = y_2 - y_0 \quad (16)$$

بلستعمال نقاط النموذج الثلاث مع $\vec{p}_0 = \vec{m}_0, \vec{p}_1 = \vec{m}_1, \vec{p}_2 = \vec{m}_2$

$$\vec{p}_1 - \vec{p}_0 = \frac{1}{s}(x_{01}, y_{01}, h_1) \quad (17)$$

$$\vec{p}_2 - \vec{p}_0 = \frac{1}{s}(x_{02}, y_{02}, h_2) \quad (18)$$

$$(\vec{p}_1 - \vec{p}_0) \times (\vec{p}_2 - \vec{p}_0) = \frac{1}{s^2}(y_{01}h_2 - y_{02}h_1, x_{02}h_1 - x_{01}h_2, x_{01}y_{02} - x_{02}y_{01}) \quad (19)$$

بلستبدال (17) - (19) في (15) نحن سنحصل على الصيغة التالية:

$$\begin{aligned}\vec{m}_3 &= \frac{1}{s}\alpha(x_{01}, y_{01}, h_1) + \frac{1}{s}\beta(x_{02}, y_{02}, h_2) \\ &+ \gamma \frac{1}{s^2}(y_{01}h_2 - y_{02}h_1, -x_{01}h_2 + x_{02}h_1, x_{01}y_{02} - x_{02}y_{01}) + \frac{1}{s}(x_0, y_0, w) \\ &= \frac{1}{s}(\alpha x_{01} + \beta x_{02} + \gamma \frac{y_{01}h_2 - y_{02}h_1}{s} + x_0, \\ &\quad \alpha y_{01} + \beta y_{02} + \gamma \frac{-x_{01}h_2 + x_{02}h_1}{s} + y_0, \\ &\quad \alpha h_1 + \beta h_2 + \gamma \frac{x_{01}y_{02} - x_{02}y_{01}}{s} + w)\end{aligned}\quad (20)$$

للاسقاط نُطَبِّقُ عاملَ المِقياسِ أولاً s:

$$\begin{aligned} s\bar{m}_3 &= (\alpha x_{01} + \beta x_{02} + \gamma \frac{y_{01}h_2 - y_{02}h_1}{s} + x_0, \\ &\alpha y_{01} + \beta y_{02} + \gamma \frac{-x_{01}h_2 + x_{02}h_1}{s} + y_0, \\ &\alpha h_1 + \beta h_2 + \gamma \frac{x_{01}y_{02} - x_{02}y_{01}}{s} + w) \end{aligned} \quad (21)$$

ثم نسقط إملانياً للحصول على موقع الصورة للنقاط الأربعة:

$$\begin{aligned} \Pi(s\bar{m}_3) &= (\alpha x_{01} + \beta x_{02} + \gamma(y_{01}H_2 - y_{02}H_1) + x_0, \\ &\alpha y_{01} + \beta y_{02} + \gamma(-x_{01}H_2 + x_{02}H_1) + y_0) \end{aligned} \quad (22)$$

التمييز و الصور الملونة

مشكلة المعالجة والتمييز في الصور الملونة بالمقارنة مع صور تدرجات الرمادي او الصور ذات اللونين الابيض والاسود انها مطروقة بشكل اقل. ومع ان الدالة التي تعرف الصورة الملونة هي اعقد من تلك التي تعرف صور تدرجات الرمادي او الابيض والاسود مما يؤدي بدوره الى تعقيد وإطالة عملية المعالجة ولكنها من ناحية ثانية تسهل عملية التمييز، حيث انها توسع طيف دلائل التمييز المتاحة والتي تعتبر الاساس في عملية التقسيم والتصنيف، مما يؤدي الى تخفيض عدد النماذج المعالجة والمخزنة في قاعدة المعلومات. بعدم الاخذ في الامكانيات التي يحملها اللون او اي صيغ منه او من نسب مكوناته، فاننا نفقد الكثير من القيمة المعلوماتية المتاحة في الاجسام المراد تمييزها. في عدد من مسائل التمييز كذلك المتخصصة في قراءة الصور التي تحتوي على نص، فأنه من الكافي استخدام صور ثنائية (ابيض/ اسود) لحل مسألة التمييز وتحويل الصورة الى نص. في نوع اخر من المسائل هذا النوع من تمثيل الصور غير كافي لمسألة التمييز مما يضطرنا الى استخدام الصور الممثلة بتدرجات الرمادي والتي تعتبر حقل جيد لمسائل التمييز. يمكن معالجة الصور الملونة على اساس انها حالة خاصة من تدرجات الرمادي بهدف تبسيط عملية المعالجة وتخفيض حجم الذاكرة المطلوب لتخزين هذه الصور او معلومات تعريفاتها، لكن هناك العديد من مسائل التمييز كتحليل المعطيات (الصور) البيولوجية والطبية والتي تعتبر الميزات اللونية بها من اهم العناصر الرئيسية لدلائل التمييز.

الانسان يملك منظومة رؤية تعتمد على الصور الملونة، وبطبيعة الحال عندما يقوم بتصميم اي نظام كمبيوتر للمعالجة والتمييز فانه سيحاول تقليد منظومته الشخصية (نظام الرؤيا والتمييز لدى الانسان). اذن هو يحاول التعرف على طرق التمييز التي يستخدمها هو نفسه للتعرف على الاجسام واي الدلائل يستخدم لهذا الغرض، ومن الواضح ان اللون هو دليلا تمييز رئيسية عند الانسان.

المعالجة المبدئية للصور الملونة قبل عملية التمييز

تشكيل الصور الرقمية عمليا يترافق مع بعض الضوضاء التي تجعل نوعية هذه الصور سيئة نسبيا بسبب تأثير بعض العوامل المختلفة (الاختلافات الضوئية، الهندسية والمتعلقة باختلاف شروط الادخال...الخ). تحليل الصور بوجود هذه الاختلافات يصبح صعب جدا من ناحية في مرحلة المعالجة المبدئية، كذلك في مرحلة التصنيف والتمييز. كما تم الحديث عنه في كتاب معالجة الصور، فان مرحلة المعالجة المبدئية ضرورية جدا في عملية التمييز، حيث يتم خلالها تحسين نوعية الصور المدخلة وتنفيذ العديد من العمليات التي تم شرحها بشكل مفصل في الكتاب المذكور والتي لن نعود هنا اليها بل سنكتفي هنا بالإشارة الى بعض العمليات الخاصة بالصور الملونة مثل معالجة التأثيرات اللونية والضوئية، وبالتحديد نعود ونذكر بأنه وبأختلاف شروط الاضاءة عند ادخال الصور يختلف اللون وشدة الاضاءة (السطوع). عليه من الضروري جدا تنفيذ عمليات المعالجة المبدئية التي تقوم بدورها بتقريب الصور المدخلة والمراد تمييزها الى نفس الشروط التي ادخلت بها النماذج المخزنة في قاعدة البيانات مما يسهل ويسرع

عملية انتزاع الميزات التي ستستخدم في مرحلة التمييز. كما تم ذكره سابقا ان اللون هو عنصر اساسي في كثير من مسائل التمييز وفي بعضها لا يمكن اتمام المطلوب بدون استخدام اللون كعنصر تمييز. عليه يجدر الاشارة هنا بأن اللون بطريقة ما وبنسبة ما يشمل تحته عنصر التمييز المستند على السطوح ولكن بإمكانيات اوسع، حيث ان اللون بالاضافة الى السطوح فهو يمتلك خاصيتين ثانيتين مما يحمله عنصرين تمييز اخرين: تدرج اللون و الاشباع باللون. تأثير العناصر يختلف في كثير من الاحيان عن الوضع المثالي، لذلك في هذه الحالة من الاجدى تنفيذ عملية التقسيم بالاعتماد على اكثر من عنصر تمييز، على الاقل اثنين.

مبادئ تمييز الصور الملونة

مسألة تمييز الصور بغض النظر ان كانت ملونة او من تدرجات الرمادي او ذات لونين ابيض و اسود يمكن تلخيصها بمهمة تحويل المعلومات المدخلة (الصورة) مع اشتقاق دلائل التمييز التي تسمح بتصنيف الشكل المراد تمييزه الى صنف محدد من الاصناف المشكلة خلال مرحلة تعليم نظام التمييز. بالاعتماد على المستوى الذي تعالج به الصورة يتم تحديد مجموعة دلائل التمييز و اختيار مبدأ التمييز الانسب، حيث انه من الصعب اعتماد مبدأ آلي لتشكيل دلائل التمييز عند التعامل مع مجموعة واسعة من الاشكال المنظورة و عليه فان كل نظام تمييز يجب تطويره لمعالجة اصناف محددة من الاشكال المنظورة ومثال على ذلك يمكن القول ان النظام الخاص بتشخيص الامراض لا يمكن ان يشخص اعطال الاجهزة الالكترونية.

بهدف الوصول الى اختيار امثل لمبدأ التمييز الانسب فانه من الافضل بدء مسألة التمييز بتحديد مجموعة الدلائل الكاملة و الميزة لكل جسم او شكل من مجموعة الاجسام موضوع التمييز و على اساس هذه العناصر المختارة يتم اختيار مبدأ التمييز الانسب. على سبيل المثال لتعريف شكل خلية الدم وشكل النواة فيها يمكن اختيار احد المبادئ القائمة على التحليلات الهندسية، و من ناحية ثانية في حالة التمييز باستخدام دليلة التمييز بنية السطح وذلك بقياس ابعاد اجزاء هذه البنية فمن الانسب استخدام مبدأ الاسقاط للتمييز وذلك بمقارنة مساقط قيم كل من شدة الاضاءة أو قيمة اللون لعنصري الصورة. لتعريف بنية شكل السطح عادة يستخدم احد المبدئين الاساسيين: التحليل البنيوي او الساكن، يستخدم البنيوي في حال توفر خصائص مميزة لعناصر بنية الشكل والنسب بين هذه العناصر ومثال على ذلك يمكن اعتبار مسألة تمييز فاكهة الاناناس و الذرة حسب بنية عناصر الشكل. مبدأ التحليل الساكن يستخدم عادة في حال السطوح التي يصعب فيها تحديد عناصر بنية واضحة او في حال الصور التي تكون فيها هذه العناصر غير واضحة.

لتمييز الشكل بعد ان تم تعريف خصائصه و مميزاته فان نظام التمييز يجب ان يطابق القيم التعريفية لخصائص هذا الجسم (الشكل، الحدود الخارجية، بنية السطح، اللون... الخ) مع القيم المطابقة للنماذج المخزنة في الذاكرة والخاصة بهذا النظام. سنتعمق بشكل اكبر لاحقا لتوضيح مبدأ الاسقاط للتمييز لتصنيف بعض خلايا كريات الدم حسب المرض مع اعطاء التعريفات والخوارزميات المتعلقة بهذا المبدأ و نتائج التجارب والابحاث الخاصة بهذا المبدأ، حيث ان من خطتي مستقبلا انشاء الله افراد كتاب كامل بمبادئ التمييز. وسننتقل الآن للحديث عن صلب موضوع هذا الباب وهو التمييز باستخدام اللون كعنصر تمييز.

يتوفر العديد من الخوارزميات لتمييز اللون على اساس المبادئ والنظريات العامة للتمييز. الخوارزمية الاولى منهم تقوم على اساس اختيار تحويل لاخطي الذي يسمح بإظهار اللون الاساسي في الصورة وإخفاء باقي الالوان. المبدأ الثاني يقوم على اساس حذف الدلائل العديمة او القليلة الفائدة من الناحية المعلوماتية اللونية. هذا المبدأ قائم على اختصار عدد دلائل التمييز من مبدأ ان عناصر الاشعاع المختلفة تسمح بوجود اخطاء احتمالية مختلفة في مسألة التمييز، كما في حالة تغير اللون بتغيير الإضاءة في نظام اللون RGB مما يجعل وكما ذكر سابقا صعوبة استخدام اللون كعنصر تمييز في النظام المذكور، ولكن يمكن تمييز اللون بأحد عناصره بعد التحويل الى منظومة لونية اخرى يكون من عناصرها تدرج اللون و الاشباع وذلك بمزاوجة الاشعاعات المتطابقة لونية دون الاعتماد على تكوينهم الطيفي. نموذج المتجه (الشعاع) اللوني يعرف بشدة الإضاءة والخصائص المنعكسة للجسم و المعلومات اللونية تحملها زاوية موجه اللون لذلك عند مطابقة المدخلات اللونية للجسم المراد تمييزه والنماذج المخزنة بالذاكرة في الفضاء الثلاثي الابعاد لمكونات اللون فانه من الأجدى اعتماد البعد الزاوي باستخدام مبدأ التقريب. مواضع النقاط المطابقة للون على المستوي اللوني يمكن ان تعطى بنظام الاحداثيات الديكارتي $(W1, W2(Y.X))$ او القطبي ρ و ϕ . المرحلة التالية من مسألة التمييز بعد تكوين النموذج المعروف بعناصر التمييز هي اختيار الصيغة إتخاذ القرار والحل. الاجسام او الاشكال المراد تمييزها يمكن ان تعطى بشكل فضاء ذو n بعد مع عدد نهائي من المقاييس بعد ذلك يتم التمييز ضمن هذه الفضاءات باستخدام احدى نظريات مبادئ التمييز المختلفة.

استعمال الاحداثيات اللونية كدلائل تمييز

يملك اللون بالاضافة الى الطبيعة الفيزيائية خواص فسيولوجية، حيث نعتمد بتلقي اللون على خواص الضوء الفيزيائية وبالتحديد على الطاقة الكهرومغناطيسية وعلى تفاعله مع المواد الفيزيائية كذلك مع تفاعله مع نظام الرؤية البشري. التمثيل الفيسيولوجي للضوء يعرف بالتردد اللوني و الاشباع والاضاءة. التدرج اللوني يدل على اسم اللون كالأحمر والأزرق والأخضر.... الخ دون النظر الى تشبعه بالصبغة اللونية (مشبع او باهت) او اضاءته (فاتح او غامق). الاشباع يعرف درجة اضعاف هذا اللون باللون الابيض. المكافآت الفيزيائية لهذه المكونات اللونية (تدرج اللون، الاشباع، الاضاءة) تعتبر طول الموجة والتردد وشدة الاضاءة.

اللون C ممكن تعريفه حسب احداثيات اللون $T1[C]$, $T2[C]$, $T3[C]$ للتشكيلة المعطاة للالوان الرئيسية

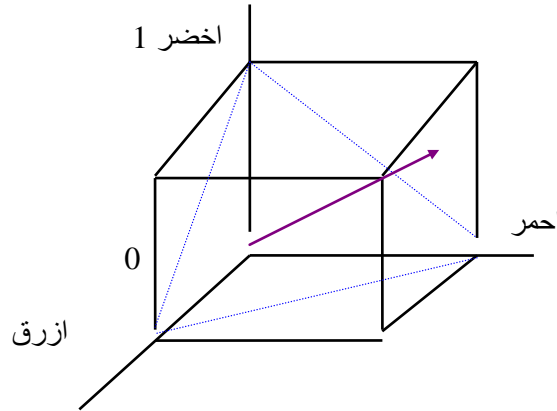
$$[C] = A1[C] * [P1] + A2[C] * [P2] + A3[C] * [P3],$$

حيث $A1[C]$, $A2[C]$, $A3[C]$ القيم المعدلة للون

من جهة اخرى يمكن تعريف اللون حسب احداثيات تدرج اللون و الاشباع الذي يدل على نقاء اللون ودرجة الاضاءة كما يمكن تعريف اللون باستخدام دالة خطية او غير خطية من احداثيات اللون المختلفة. يعتبر اللون مشكلة معقدة للفيزياء والفسيولوجيا، حيث ان لون الجسم او الشئ لايعتمد فقط على هذا الجسم وانما ايضا على مصدر الضور الساقط عليه والمضئ له كذلك يعتمد على نظام الرؤية البصري، كما ان بعض الاجسام تمتص الضوء وبعضها تعكسه. لقياس اللون تستخدم عدة نظم احداثيات، احداثيات اللون لإشعاع ما معطى مجموعة الوانه الرئيسية ممكن حسابها اذا ما كانت دالة جمع هذه المكونات معلومة بمعنى آخر احداثيات اللون للإشعاع الطيفي ذو الطاقة احادية القيمة.

$$Ti(C) = \int C(w) Tsi(w) dw .$$

كذلك اللون المعطى ممكن تعريفه كموجه شعاعي كما في الرسم التالي:



الرسم رقم 110: الاحداثيات اللونية للالوان الرئيسية

عادة عند تعريف اللون فإن شدة اضاءته لاتعتبر ذات اهمية و في هذه الحالة يمكن التعبير عن التدرج اللوني والاشباع باستخدام الاحداثيات اللونية :

$$t1 = T1 / (T1 + T2 + T3) ;$$

$$t2 = T2 / (T1 + T2 + T3) ;$$

$$t3 = T3 / (T1 + T2 + T3) ;$$

من الواضح ان $t_3 = 1 - t_2 - t_1$ مما يعني انه لتعريف اللونية يكفي احداثيين فقط. شدة الاضاءة $L(C)$ للون C تساوي مجموع شدة اضاءات مكوناته الاساسية:

$$L(C) = T_1(C) L(P_1) + T_2(C) L(P_2) + T_3(C) L(P_3)$$

والاحداثيات اللونية للون C تعرف كالتالي:

$$T_1(C) = [t_1(C)L(C)] / [t_1(C)L(P_1) + t_2(C)L(P_2) + t_3(C)L(P_3)]$$

$$T_2(C) = [t_2(C)L(C)] / [t_1(C)L(P_1) + t_2(C)L(P_2) + t_3(C)L(P_3)]$$

$$T_3(C) = [t_3(C)L(C)] / [t_1(C)L(P_1) + t_2(C)L(P_2) + t_3(C)L(P_3)]$$

وعليه فإن احداثيات اللون ممكن التعبير عنها باستخدام السطوع والاحداثيات اللونية (الترج والاشباع).
 للتعريف الكمي للالوان يتوفر العديد من نظم الاحداثيات اللونية مثل: RGB, Lab, UVW, HLS, XYZ... الخ. بعض هذه النظم فقط و بنسب متفاوتة يشكل فائدة عملية لنظم معالجة وتمييز الصور الملونة. بينت الابحاث الخاصة بدلائل التمييز اللونية ان المشكلة الاساسية التي تواجه نظم المعالجة والتمييز عند استخدام اللون كعنصر تمييز تتعلق بالاضاءة وذلك لارتباط اللون بالاضاءة و من المعروف انها تتغير بالطبيعة مما يجعل على سبيل المثال تصنيف نوعين من الفاكهة (التفاح والبرتقال) باستخدام اللون مسألة معقدة عند تعميق لوني الفاكهتين بمعنى اخر عندما تكون الاضاءة ضعيفة جدا، انظر الرسم التالي:



الرسم رقم 111.

المسألة الأكثر تعقيدا الاخرى والتي تتعلق باستخدام اللون كعنصر تمييز مرتبطة بتحويل المعلومات عن اللون. أغلب الكاميرات في انظمة الرؤية الصناعية تعمل بنظام PAL والتي يجب تحويل اشارة الفيديو بها الى نظام RGB لتخزينها ومعالجتها لاحقا بالكمبيوتر. لادخال وتحويل اشارة الفيديو يستعمل كرت فيديو مرتبط بالحاسب، الكروت المختلفة تتعامل بشكل مختلف مع مكونات اللون الاساسية الاحمر والاخضر والازرق، حيث يتم اختيار 256 لون (باعتداد نظام 256 لون) من اصل 16 مليون لون، مما يصعب عملية استخدام اللون بشكله في منظومة RGB والذي سيخزن بالحاسب بدون اي معالجة. وهكذا ليتم تمييز لون جسم ما فعلى نظام المعالجة و التمييز البدء بتحويل المعلومات الخاصة بقيم مكونات اللون الاساسية RGB الى المكونات اللونية: التدرج اللوني والاشباع و السطوع. بتأمل هذه المكونات و المعاني الحرفية لها وبمقارنتها بالآية الكريمة الخاصة بوصف بقرة بني اسرائيل، وحيث ان بني اسرائيل سألوا موسى عليه السلام ليدع ربه ليبين لهم " يصف لهم " هذه البقرة لأن البقر تشابه عليهم " قالوا ادع لنا ربك يبين لنا ما لونها قال إنه يقول إنها بقرة صفراء فاقع لونها تسر الناظرين" البقرة 69، فأعطاهم وصف دقيق

مطابق لهذه المنظومة اللونية فنجد التدرج اللوني يساوي الاصفر والاشباع يقابل "فاقع لونها"، حيث يؤدي التشبع باللون الى ظهور اللون بشكل قوي ليكون فاقعا و السطوع يقابل "تسر الناظرين" ، حيث سطوع اللون يزيد بالسرور بالنظر اليه من اللون القاتم. وهذه صورة واضحة من صور الاعجاز العلمي بالقرآن، حيث بكلمات بسيطة اعطى هذا القانون الذي احتاج الانسان الى قرون لاكتشافه.

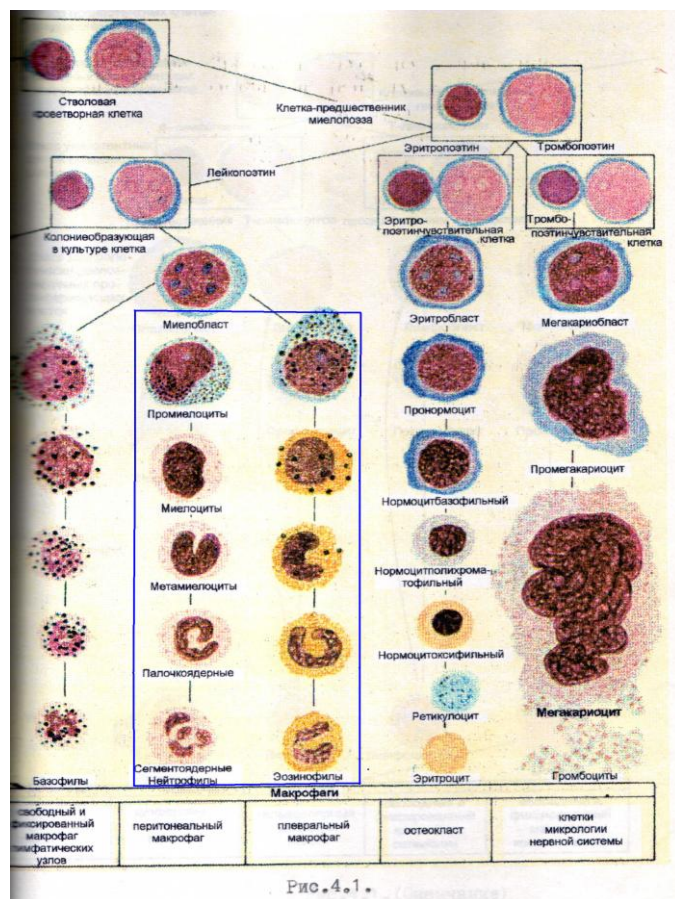
بإزالة تأثير الإضاءة يمكن تذليل المصاعب المتعلقة باستخدام اللون كعنصر تمييز والمجمل في التالي:

- ليس من الممكن اظهار وفي وقت واحد طيف واسع من الالوان على شاشة الحاسب والتي تسمح هذه الشاشات باظهارها للمستخدم.
 - من غير الممكن إظهار الالوان ثلاثية الابعاد بشكل تدرجي سلس حيث ان الالوان مرتبة بخريطة اللون بشكل إختياري.
- الحل الأمثل يتلخص باستخدام الجدول اللوني بإحداثيات HLS و في بعض المراجع تسمى TLS والذي يسمح وبشكل فوري إختيار التدرج اللوني والاشباع وبعد ذلك يمكن إختيار السطوع المطلوب. للانتقال من النظام اللوني RGB الى منظومة لونية اخرى يوجد العديد من الصيغ (الدوال) التي تسمح بذلك. التحويل والتحويل العكسي بين المنظومة اللونية RGB و المنظومة اللونية TLS يتم باستخدام الصيغ التالية:

$$\begin{aligned}
 T &= \arcsin(\sqrt{312}(G - R) / S, \\
 L &= (R + G + B) / 3, \\
 S &= \sqrt{R^2 + G^2 + B^2 - B * G - B * R - G * R}, \\
 R &= L - 1/3 * S * \cos(T) - 1/\sqrt{3} * S * \sin(T), \\
 G &= L + 2/3 * S * \cos(T), \\
 B &= L - 1/3 * S(T) * \cos(T) + 1/\sqrt{3} * \sin(T).
 \end{aligned}$$

مقارنة تأثير تمييز الصور الملونة بدلائل مختلفة

تبين التجارب التالية العنصر الأكثر فعالية من مكونات اللون لاستخدامه لاحقا كعنصر تمييز، تم اعتماد صور ملونة لبعض خلايا الدم (نيتروفيلي و اوزنوفيلي بمختلف مراحل النمو) كنماذج للتمييز حسب الرسم التالي، وتم اختيار العناصر H,L,S,R,G,B للمقارنة. يوضح الجدول التالي هذه النتائج حيث تم حساب متوسط المسافة ومتوسط المسافة المطلقة بين الاصناف لكل من النواة والمحيط بها لكل من الخلايا ضمن المستطيل الأزرق.



الرسم رقم 112.

البلازما في خلايا الاوزونفيليني

الجدول رقم 11.

	R	G	B	H	L	S
متوسط المسافة بين الاصناف	0.07	0.03	0.14	0.27	0.02	0,5
متوسط المسافة المطلقة بين الاصناف	0.04	0.01	0.02	0.28	0.02	0.52

النواة في خلايا الاوزونفيليني

الجدول رقم 12.

	R	G	B	H	L	S
--	---	---	---	---	---	---

متوسط المسافة بين الاصناف	0.13	0.05	0.14	0.28	0.05	0,63
متوسط المسافة المطلقة بين الاصناف	0.15	0.01	0.08	0.38	0.02	0.63

الجدول رقم 13. البلازما في خلايا النتروفيلي

	R	G	B	H	L	S
متوسط المسافة بين الاصناف	0.02	0.02	0.02	0.33	0.04	0,17
متوسط المسافة المطلقة بين الاصناف	0.04	0.01	0.01	0.36	0.05	0.33

الجدول رقم 14. النواة في خلايا النتروفيلي

	R	G	B	H	L	S
متوسط المسافة بين الاصناف	0.05	0.12	0.46	0.55	0.06	0,17
متوسط المسافة المطلقة بين الاصناف	0.04	0.05	0.45	0.68	0.03	0.25

توضح هذه النتائج بأن متوسط المسافة ومتوسط المسافة المطلقة بين الاصناف يتعاضد باستخدام العنصرين H,S مما يسمح لنا باعتبارهم العنصرين الأكثر فعالية لاستخدامهم كعناصر تمييز، لتوضيح هذا الاختلاف نورد الرسم التالي:

حيث Y – المسافة النسبية، X – نوع الخلية
الرسم رقم 113.

التحويلات اللونية لإحداثيات النظم اللونية

بالاعتماد على السلبية لعملية H إشارة الفيديو المستمرة الى إشارة رقمية مقطعة و ما يصاحبه من اخطاء لم تسمح لنا بالوصول الى نتائج افضل مجموعة من ا T الممثلة بالصيغ الرياضية التالية:

$$\begin{aligned} L &= 0.3 * R + 0.59 * G + 0.11 * B & R, B \\ S &= \sqrt{R^2 + G^2 + B^2 - (2/\sqrt{3}) * L * (R + G + B) + L^2}; & L, G \\ H &= \arccos(z); \end{aligned}$$

وهي المكونات اللونية الثلاثة HLS التدرج اللوني والاشباع و السطوع.

التحويل العكسي من HLS الى RGB

بتوفر قيمة L السطوع العام

$$\begin{aligned} G &= \sqrt{(1/2) * S^2 + L^2 - \sqrt{2} * S * L * \cos H} \\ B &= \sqrt{S^2/2 + L^2 - \sqrt{2} * S * L * \cos H} * \sin g; \\ R &= (1/\sqrt{3}) * L + \sqrt{3/2} * S * \cos H \end{aligned}$$

حيث H التدرج اللوني، L السطوع، S الاشباع.

إستخدام النسبة R/B كعنصر تمييز

القيمة المعلوماتية التي تحملها الصور الملونة بخلاف الصور الابيض والاسود ليس فقط توسع طيف عناصر التمييز وانما تسمح بإمكانيات اخرى للاستخدام سواء بمرحلة المعالجة او بمرحلة التمييز. من إمكانيات الصور الملونة انه من السهل تحديد عتبة التصنيف مما يسهل بدوره ويسرع عملية الاختيار الآلي لعناصر التمييز. في الصور الملونة بخلاف صور تدرجات الرمادي بالاضافة الى الحدود المعتمدة على السطوع هناك ايضا الحدود المعتمدة على اللون والتي نحصل عليها باختلاف التدرج اللوني والاشباع في مسطحات ذات سطوع ثابت مما يعطي امكانيات اوسع لتحديد الحدود و استقراء دلائل التمييز المعتمدة على هذه الحدود. يتوفر العديد من التعريفات للدلائل المعتمدة على الحدود، وباعتبار ان الحدود في الصور الملونة تعتمد فقط على التغير الحاد بالسطوع نكون قد اهملنا الحدود المعتمدة على تغيرات التدرج اللوني والاشباع. الطريقة الثانية هي ان نراقب المكونات اللونية الثلاثة في الصورة ونعتبر انه لدينا حدود لونية بحال انه تم توفر تغير حاد بوقت واحد للمكونات الثلاثة. التعريف الثالث يتلخص بأنه سيكون لدينا حدود لونية اذا كانت المسافة بين الموجهات اللونية بالاتجاهين وبتغير محدد تضاهي عتبة محددة.

في مسائل محددة من التمييز كتمييز امراض الدم، تعتبر نسبة مكون اللون الاحمر الى مكون اللون الازرق R/B واحدة من اهم دلائل التمييز، و لانها قيمة نسبية فهي لاتتأثر بتغير الاضاءة فتأثير الاضاءة سيكون على كل من

المكونين، هذه النسبة تحمل معلومات كبيرة عن حالة الدمو حيث ان هناك عتبة تفيد بان الدم مريض اذا كانت هذه النسبة اكبر من قيمة هذه العتبة، مما يسمح لنا بتخفيض عدد التحاليل المعالجة وذلك بمعتابعة المعالجة فقط للعينات التي تعتبر مريضة بناءا على قيمة هذه النسبة R/B والتي تكون اكبر من العتبة المحددة، كذلك على مستوى صورة العينة الواحدة فنتابع المعالجة فقط للخلايا التي تزيد بها النسبة عن العتبة المحددة. وهكذا عندما نبدا المعالجة بحساب هذه النسبة نستطيع ان نقسم العينات كذلك الخلايا الى سليمة ومريضة وهذا يسمح لنا بتوفير الوقت الذي كان سيضيع على معالجة العينات والكريات السليمة.

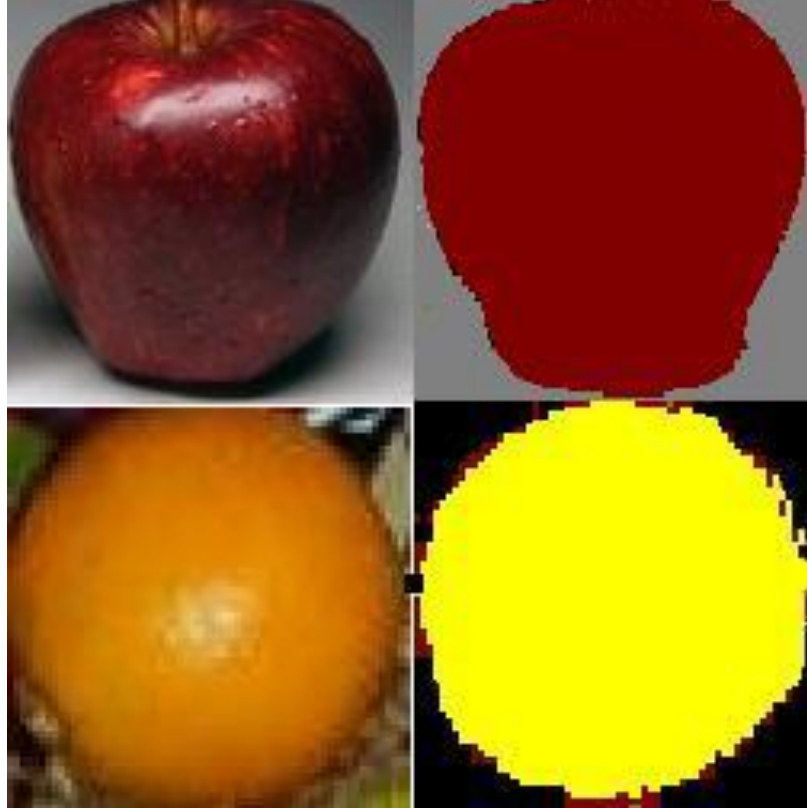
إستخدام تحويلات نظم الاحداثيات اللونية في مسائل معالجة وتمييز الصور الملونة

تعرض التجارب التالية إمكانية استخدام اللون كعنصر من عناصر التمييز وذلك بالوصول الى الوان ذات تدرج لوني واحد في المساحات المحددة. التجربة الاولى تمثل صورة ورقة ملونة ولنفترض ان لونها اخضر، عند إدخال هذه الصورة الى الكمبيوتر تبين وجود وبنسب قليلة بالاضافة الى اللون الاخضر وتدرجاته هناك الوان اخضر- اصفر و اخضر - ازرق. للوصول الى تدرج لوني واحد تم استخدام صيغة التحويل من النظام اللوني **RGB** الى **HLS** وتم تحديد التدرج اللوني للصورة **H** بأعتباره اللون الاعظمي لنقاط الصورة كلها بعد ذلك تم إستبدال كل الألوان بالصورة بهذا اللون مما سمح لنا بالوصول الى صورة ذات لون واحد (بقيمة لونية واحدة) وهو الاخضر. الرسم التالي يوضح هذه التجربة:



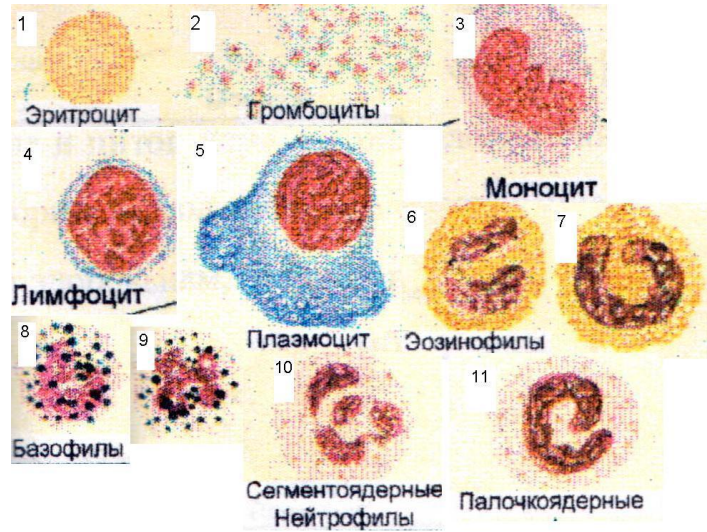
الرسم رقم 114

التجربة التالية تمت على صور نوعين من الفواكه: البرتقال والتفاح بإستخدام إضاءة عالية الصور التالية توضح التجربة:



الرسم رقم 115

نتائج هذه التجارب تعتبر قاعدة جيدة لاستخدام اللون كعنصر تمييز لاسيما في مسائل تمييز امراض الدم لما يحمله اللون من اهمية معلوماتية في هذا المجال. يتم تصنيف كريات الدم على مرحلتين، حيث يتم التصنيف بالمرحلة الاولى على اساس نوع الكرية وذلك لحساب عدد الكريات من كل نوع ، حيث بعض هذه الانواع تختلف عن البعض الاخر باللون (نواة هذه الكريات ملونة بتدرج أحمر - بنفسجي) بتنفيذ التحويلات المشار اليها سابقا يمكن الحصول على التدرج اللوني الواحد للنواة مما يسمح تفريقها عن الكريات الاخرى، من ناحية ثانية يسمح بالحصول على حدود هذه النويات وشكلها ومقاييسها والمساقط الخاصة بها... الخ مما يعني الحصول بسهولة على عناصر (دلائل) تمييز اخرى خاصة بهذه النواة والكرية بشكل عام والمطلوبة لتصنيف هذه الكريات بالنسبة لانواع الكريات وبالنسبة لمرحلة نموها مما يحدد نوع المرض. هناك طيف ضيق من التدرجات المطلوبة لتمييز المستوى الاول من كريات الدم (بنفسجي، احمر، زهري، رمادي، ازرق) يسمح بتصنيف الكريات الى مجموعات حسب التدرج اللوني الاعظمي في كل كرية بعد حسابه لكل من التدرجات السابقة. من ناحية ثانية وعلى مستوى تعريف السطوح، وحيث ان للنواة في اغلب الحالات تدرج لوني مغاير للخلية فإنه يسمح لنا وبسهولة تصنيف النواة والبلازما المحيطة بها و تعريف الشكل السطحي للخلية. الفائدة الكبيرة الاخرى لهذه التحويلات هي استخدامها لايجاد المحيط (الحدود) اللونية للجسم حيث تعتبر دليلا تمييز مهمة جدا في الكشف عن امراض الدم. هذه الحدود يمكن الحصول عليها بتغيير التدرج اللوني والاشباع بمناطق ذات سطوع ثابت.



الرسم رقم 116.

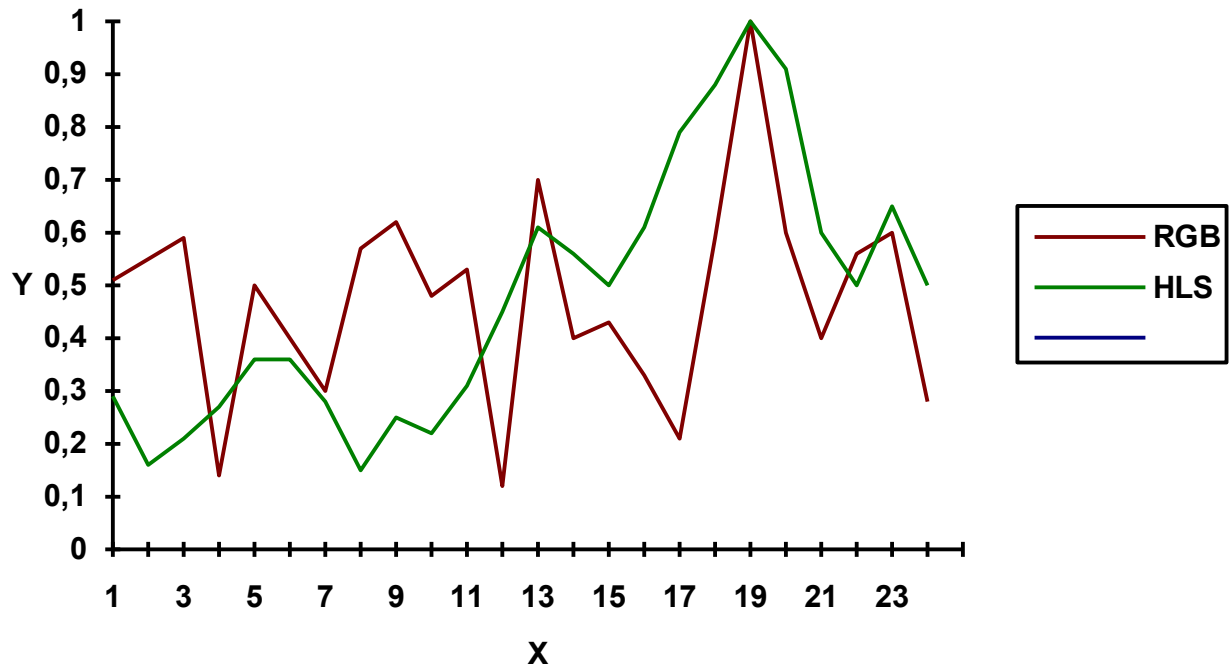
مقارنة فعالية استخدام نظم احداثيات لونية مختلفة

تبين التجارب التالية النتائج الخاصة بتمييز اللون باستخدام النظم اللونية **RGB** و **HLS** ، تم استخدام مجموعة النماذج المتمثلة بصور لتدرجات لونية محددة (24) مع العلم ان بعض هذه الالوان اختلفت فقط بالسطوع وكان لها نفس التدرج اللوني. بحساب قيمة التطابق لكل نموذج كان من الممكن تقسيم مجموعة النماذج الى اصناف معرفين بهذا قيمة مركز الثقل لكل صنف الرسم التالي يوضح هذه التجربة بالنسبة للنماذج كذلك بالنسبة للاصناف كما يحتوي الجدول على نتائج هذه التجربة. تبين هذه النتائج ان متوسط المسافة ومتوسط المسافة المطلقة يتعاضد باستخدام التدرج اللوني كعنصر تمييز مما يفيد بدوره عن فعالية استخدام هذا العنصر كدليل تمييز بدلا من استخدام مكونات اللون **RGB** لكن بالاضافة الى هذا العنصر يجب استخدام العنصر المفيد الاخر وهو الاشباع حيث ان بعض الالوان لها نفس التدرج اللوني كالاصفر والبني ولكنها تختلف بقيمة الاشباع فيمكن تصنيفها باستخدام الاشباع.

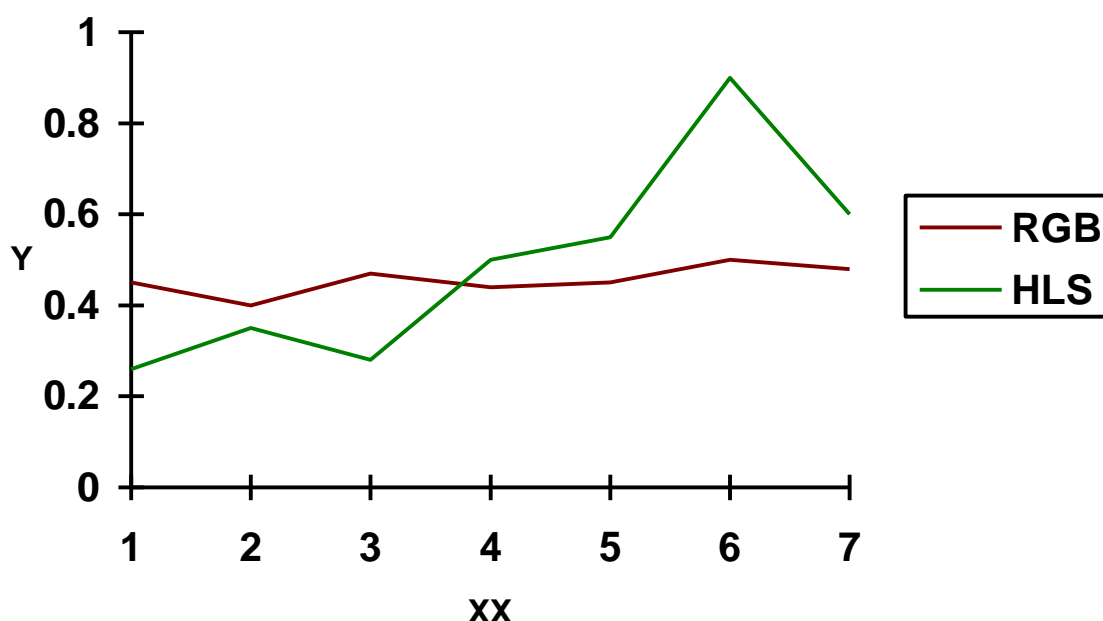
الجدول رقم 15.

النموذج	المسافة المتوسطة بين الاصناف		المسافة المطلقة بين الاصناف	
	RGB(color)	TLS (T)	RGB(color)	TLS(T)
k1	0,32	0,54	0,03	0,38
k2	0,1	0,45	0,04	0,29
k3	0,17	0,5	0,06	0,24

النموذج	المسافة المتوسطة بين الاصناف		المسافة المطلقة بين الاصناف	
	RGB(color)	TLS (T)	RGB(color)	TLS(T)
k4	0,31	0,54	0,02	0,3



الرسم رقم 117 . المسافة النسبية بين النماذج بالمقارنة بين RGB و HLS



الرسم رقم 118. المسافة النسبية لمراكز القوى بين النماذج بالمقارنة بين RGB و HLS

حيث Y – المسافة النسبية، X – نوع النموذج، XX – مركز القوى

نظام معالجة وتصنيف الصور الملونة لكريات الدم

طرق تحليل مكونات الدم والمخ العظمي والأعضاء المنتجة للدم في جسم الإنسان تحت المجهر تحتل مكانا واسعا في العلوم الطبية والحياة العملية. هذه التحاليل تسمح برفع إمكانيات تشخيص الأمراض والمراقبة أثناء متابعة المرض خلال فترة العلاج. بعض الأمراض تشخص بوجود بعض الكريات المريضة والتي تأخذ شكل محدد عند المرض، الأمراض الأخرى ترتبط بتغير النسبة العددية لتركيبية الكريات في الدم. عمليا أغلب المرضى عند الدخول إلى المستشفى يحتاجون إلى تحليل الدم حيث أن هذه التحاليل تملك خصائص عريضة وتتطلب جهدا لتنفيذها. كما ينبغي بيان أن هذه التحاليل تبدأ من التحاليل العامة الواسعة الطلب والانتشار إلى التحاليل الخاصة والمتعلقة بأمراض محددة وذات طابع علمي طبي خاص، لكل نوع من هذه التحاليل الطريقة الخاصة به لكن هناك ميّدا عام لهذه التحاليل والقائم على نظرية توليد الدم المبنية على علم الدم. توضح الصور التالية والماخوذة من أطلس الدم لمكونات الدم المختلفة بمختلف مراحل النمو.

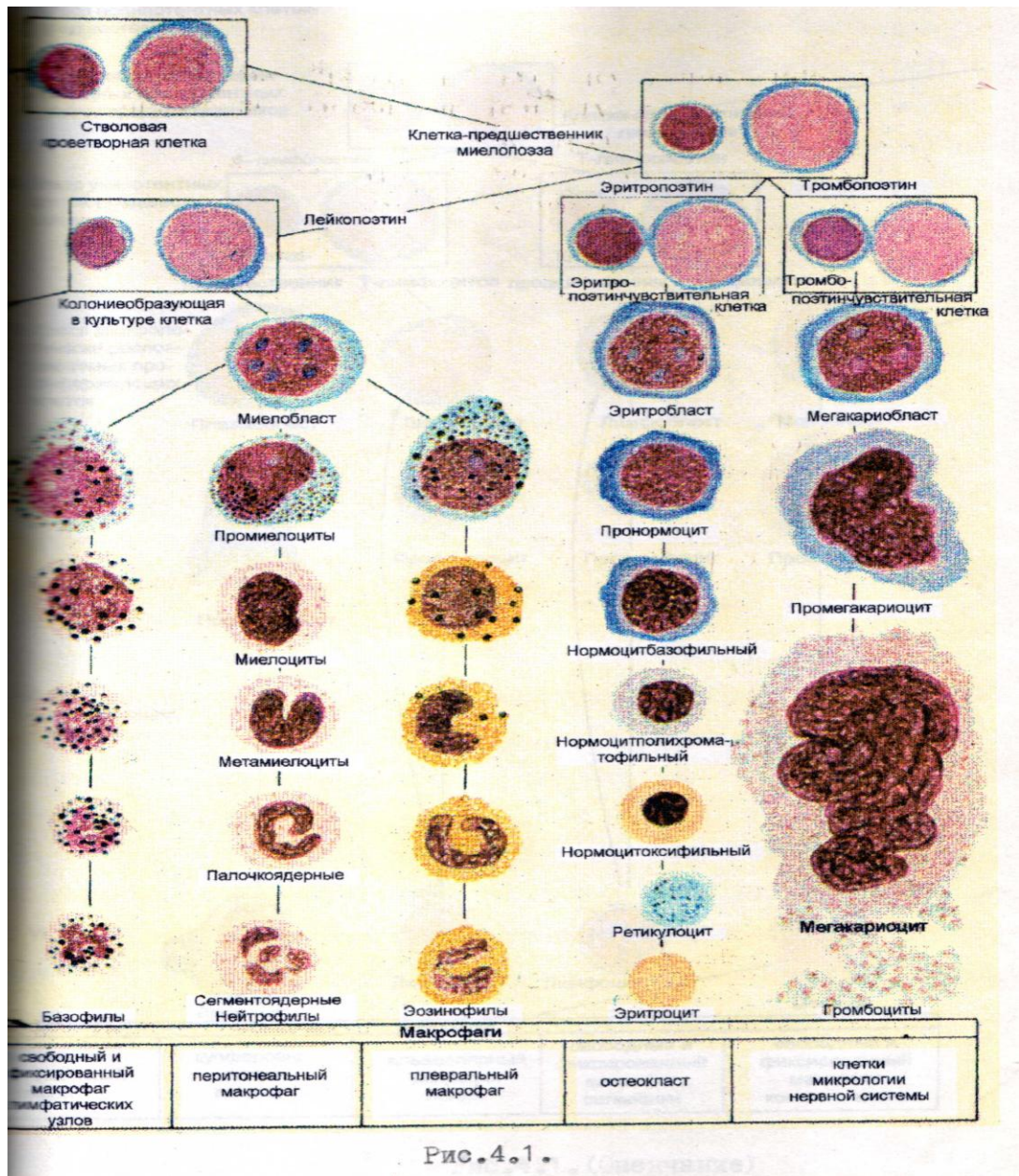
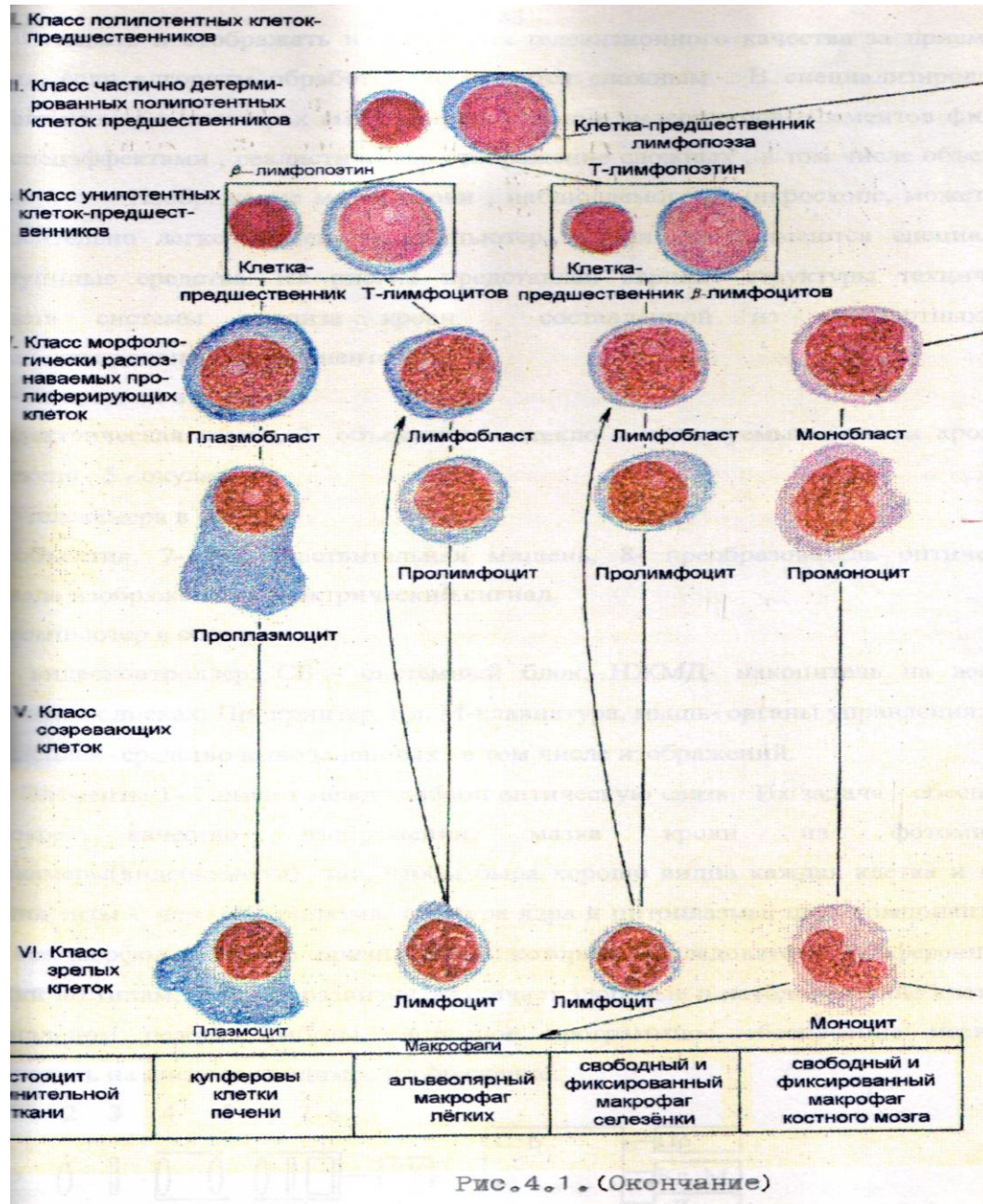


Рис.4.1.



الرسم رقم 119 . مكونات الدم المختلفة بمختلف مراحل النمو.

- يمكن تحديد ثلاثة أقسام في النظام الكمبيوترى للكشف عن امراض الدم:
- مجموعة الادوات التقنية (ميكروسكوب، كاميرا، كمبيوتر)
 - القاعدة الذكية
 - مجموعة البرمجيات الخاصة بادرارة النظام

صورة عينة الدم المراقبة تحت المجهر يمكن ان يتم إدخالها الى الكمبيوتر بسهولة نسبية بإستخدام فيديو كاميرا او ماسح ضوئي ميكروسكوبي. بوجود حاسب آلي ضمن هذه المنظومة يسمح بالإضافة الى المهمة الاساسية وهي المعالجة والتمييز بالحصول على خدمات تنظيمية و مساعدة وذلك بإضافة بعض البرمجيات الخاصة لنحصل على التالي:

- تكوين قاعدة بيانات تضم كل من الصور المعالجة الخاصة بتحليل الدم و المعلومات النصية الخاصة بهذا التحليل والتي يمكن ان تشمل وصف المرض و تاريخ المرض والتشخيص والعلاج المعطى... الخ وذلك للعودة الى هذه المعلومات عند الحاجة.
 - إمكانية طباعة نتائج التحليل او طباعة اي تقرير اخرى لاحقا.
 - تكوين منظومة معلوماتية دراسية بهدف توضيح وشرح للدارسين وكمساعد وقاموس للطباء.
- عدد المسائل التي يحلها نظام معالجة وتصنيف الصور الملونة لكريات الدم تحدده القاعدة الذكية لهذا النظام، فكلما ارتفع مستوى هذا النظام زادت امكانية هذا النظام في حل المسائل الاكثر تعقيدا. القاعدة الذكية هي مجموعة المعرفة المختلفة الانواع من المبادئ المختلفة والخوارزميات... الخ والتي تسمح بالوصول الى حل مجموعة مسائل والتي تعتبر الهدف الاساسي المنتظر من تطوير هكذا نظم. في حال انه تم اعتماد مبدأ التعلم في هذه المنظومة فأن ذكاء هذه المنظومة سيتضاعف مع الزمن حسب تراكم المعلومات المضافة و سيتوسع عدد المسائل المطروحة للحل وحجم تعقيدها باستخدام هذا النظام كما ستزداد نوعية الحل بشكل اكبر.

تحديد دلائل التمييز

لإتمتة عملية الكشف عن امراض الدم من المفيد البدء بفهم تكوين الدم ونسبة مكوناته (كريات الدم المختلفة) في الحالة السليمة والحالة المريضة كذلك يجب معرفة التقنية التي يعمل بها المحلل او الطبيب لتحليل الدم و تشخيص امراضه. يوضح الرسم الخاص بمراحل تطور كريات الدم كافة الكريات بمختلف مراحل النمو من النشوء وحتى الشكل الطبيعي في الدم السليم. كل الكريات الواردة في هذا الرسم يمكن توفرها في المخ العظمي بينما لا نجد في الدم السليم الماخوذ من الاطراف الى الكريات المتوضعة في السطر الاخير من المخطط. يوضح الجدول التالي النسب المسموح بتوفرها في الدم السليم لكل انواع الخلايا حيث يفيد تغير هذه النسب (الزيادة في عددها) بأن الدم مصاب.

الجدول رقم 16.

ليكاتسيت	بازوفيلي	اوزونفيلي	نتروفيلي			ليمفاتسيت	مونوتسيت
الحالة السليمة 8-6 الف	0-0.5%		—	—	4%	63-67%	24-30%
الحالة السليمة بالمطلق	30-40	180-200	—	—	240-320	4020-5040	1800-2400
							340-640

في الاعوام الاخيرة من القرن الماضي حصلت قفزة نوعية في علم الدم حيث تم وضع وبالتفصيل الدقيق كافة الاختلافات بين كريات الدم السليم والمصاب. الدلائل الاهم لتمييز مكونات الدم هي التالية: الحجم، اللون، الشكل، البنية وذلك بالنسبة للنواة والبلازما (الخلية بشكل عام) و عرض البلازما ونسبة النواة للبلازما و لون مناطق النويات وعدد النويات الصغيرة و الاحتواء على الهيموغلوبين ون العدد النسبي لكل نوع من الكريات.

خوارزمية تصنيف كريات الدم

من المهم توضيح ان العنصر المهم في مرحلة المعالجة المبدائية لصور عينات الدم وبهدف تخفيض عدد العينات المعدة للتمييز هو نسبة مكون اللون الاحمر للازرق R/B والذي يسمح بتحديد ان الدم مصاب او سليم وهكذا بحساب هذه القيمة يمكن متابعة المعالجة فقط للعينات التي تزيد فيها هذه القيمة عن العتبة المحددة وترك العينات الاخرى لانها سليمة.

هناك العديد من طرق دراسة وتحليل الدم، في الحياة العملية على الاغلب تشخص امراض الدم بطريقة التعرف على الكريات المصابة بشكل بصري باستخدام الميكروسكوب. لعمل هذا يتم وضع العينة تحت المجهر ويتم اختيار 200 كرية ويتم حساب عدد كل نوع من الكريات ويقسم الناتج على 2 للحصول على النسبة المئوية و من ثما يتم التعرف على الكريات المصابة حسب دلائل التمييز المختلفة و تعطى نتيجة التشخيص بناءا على هذه الدلائل. الاختلاف بين الكريات السليمة والمصابة تعتمد على بعض التغيرات في الشكل واللون والمقياس. باستخدام الطريقة الكلاسيكية، حيث يقوم الطبيب بتحليل الدم باستخدام المجهر يحتاج الطبيب الى وقت كبير لكل تحليل (حوالي 20 دقيقة) علما ان الانسان بهذه الطريقة يتعامل مع الكريات كما بعدها و كيفا بتقييمها بالنسبة لعدد من الخصائص (الشكل، اللون، المقياس... الخ) منفذا كل هذه العمليات على المجهر مما يسبب جهد و ارهاق كبيرين.

بتوفر قاعدة بيانات تحتوي على صور النماذج المستخدمة في تشخيص امراض الدم في الحالة السليمة والمصابة لكل الحالات المرضية لنظام الدم لدى الانسان بما في ذلك الاعضاء المولدة للدم و بإضافة هذه القاعدة الى نظام ذكي يقوم بمطابقة صور العينات المراد تحليلها مع تلك النماذج المخزنة يمكننا من أتمتة عملية الكشف عن امراض الدم باستخدام الحاسب الآلي وذلك بهدف تخفيف العبئ عن الانسان وتسريع عملية التحليل وامكانية الكشف المبكر عن الامراض بتوفر هذا التحليل السريع والرخيص الكلفة.

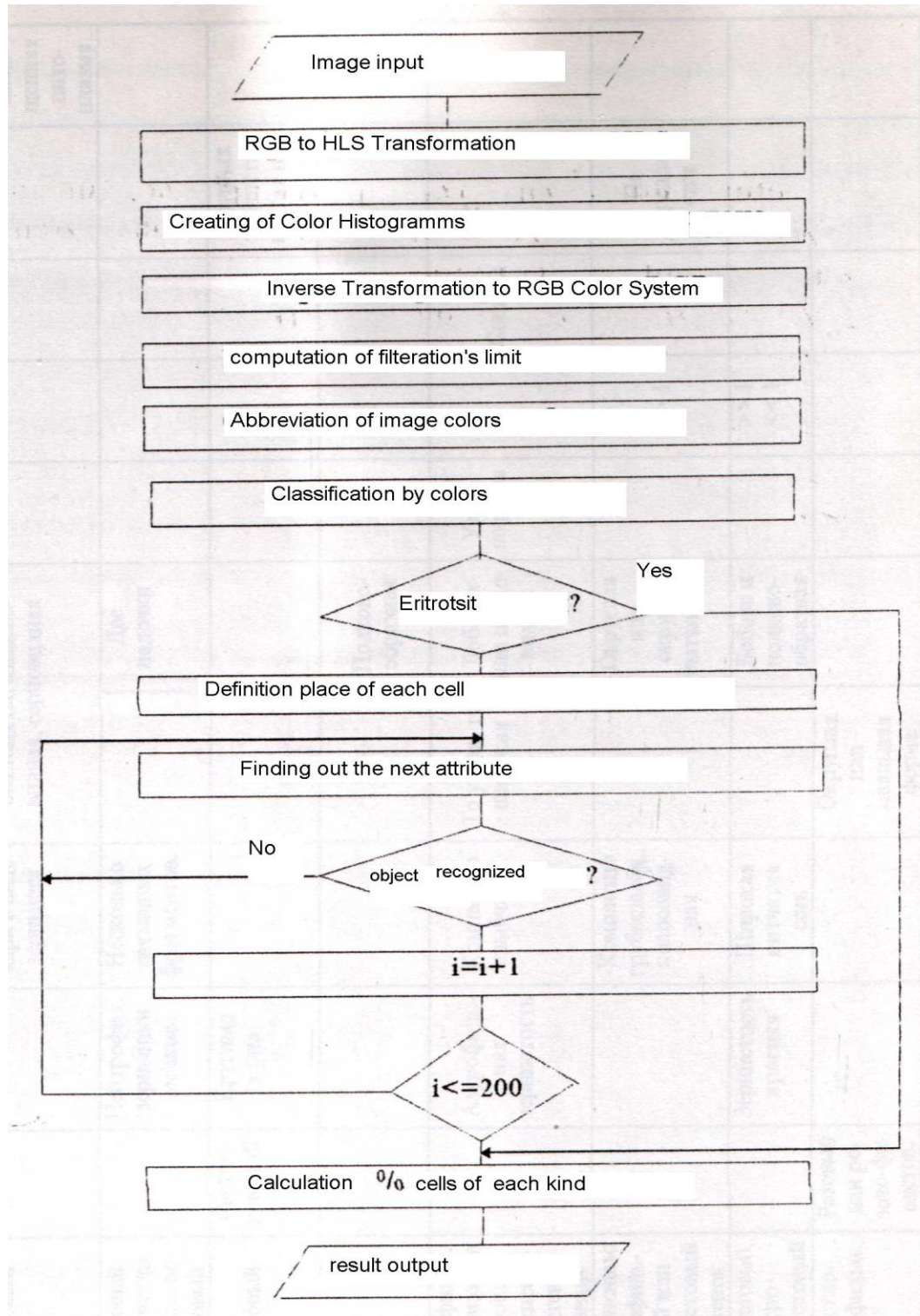
بفهم الطريقة التي يعمل بها الانسان على تشخيص امراض الدم يمكن لنا تصور مخطط البنية الوظيفية للنظام المراد تطويره والخاص بالكشف عن امراض الدم على قاعدة الرؤية الصناعية. بدراسة الدلائل المميزة لكل نوع من الخلايا ممكن إختيار المبدأ المناسب للإستقراء الآلي لهذه الدلائل لكل عنصر بهدف تصنيف الكريات حسب النوع و بدراسة الاختلافات بالنسبة للكرية بين الحالة السليمة والحالات المرضية ايضا يمكن إيجاد المبدأ المناسب للحصول على الدلائل الخاصة بتصنيف الكرية حسب المرض. وهكذا يمكن تحديد ثلاثة مستويات للتصنيف في هذا النظام وهي التالية:

- التصنيف حسب النسبة R/B وتحدد فيما اذا كانت العينة لدم مريض او سليم دون تحديد نوع المرض
- التصنيف حسب نوع الكريات وتعطي عدد الكريات بالنسبة لكل نوع والنسبة المئوية لهم
- التصنيف حسب المرض و تعطي التشخيص النهائي بنوع المرض

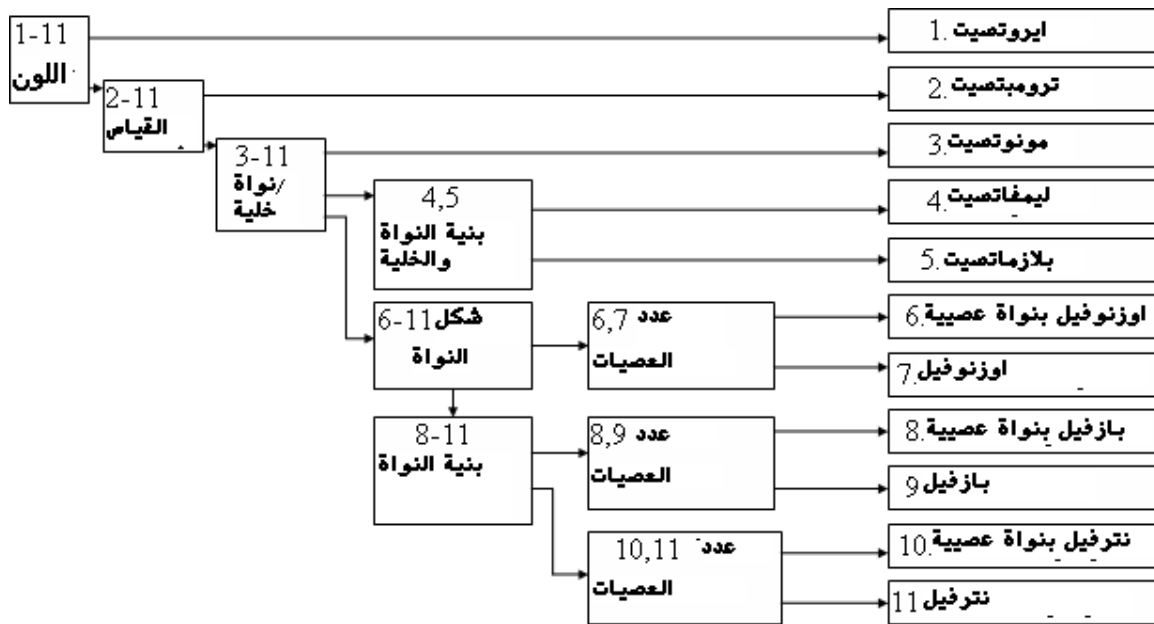
نتلخص خوارزمية تصنيف كريات الدم بالخطوات التالية:

1. يتم قراءة الملف المحتوي على صورة العينة و خلال ذلك يتم حساب النسبة R/B و بمقارنة هذه النسبة مع العتبة المحددة يمكن تحديد فيما اذا كانت هذه العينة سليمة او مريضة و في حال ان هذه القيمة اكبر من قيمة العتبة فأننا نتابع المعالجة و إلا يعطي النظام قرارا بأن هذه العينة سليمة وينتقل لمعالجة عينة اخرى.
 2. المعالجة المبدائية: وذلك بهدف التحسين النوعي للصورة المدخلة مما يسرع و يحسن عملية الاستقراء الآلي لدلائل التمييز ويتم خلالها تنفيذ العمليات التالية: التصفية، إعداد نسخة ثنائية من الصورة، تحديد الحدود الخارجية لعناصر الصورة، تحديد الأقنعة لهذه العناصر، التحويلات الهندسية. نتيجة هذه المرحلة هو قائمة باحداثيات الكريات بهذه الصورة.
 3. حساب عدد الكريات والتصنيف حسب نوع الكرية باستخدام عناصر التمييز المختلفة كاللون والشكل والمقياس... الخ.
 4. حساب عدد كل نوع والحصول على النسبة المئوية ومقارنتها مع النسب المسموح بها للدم السليم.
 5. التصنيف حسب المرض وذلك بمطابقة كل كرية ضمن الصنف مع عناصر النماذج المخزنة لكل مرض بالنسبة الى هذا الصنف.
 6. إتخاذ القرار بانتماء الكرية الى هذا الصنف او ذاك حسب الخطوة السابقة و إعطاء التشخيص.
- عمليا مسألة التصنيف و التمييز تتم بمقارنة الجسم المراد تمييزه مع النماذج المخزنة في قاعدة البيانات، حيث يتم بشكل مبدئي حساب كافة الدلائل المميزة لهذا الجسم. بهدف رفع امكانيات هكذا عمليات يستخدم التصنيف التسلسلي حيث وبشكل تسلسلي تؤخذ دليلة تمييز (مجموعة دلائل) و تقارن فقط مع النماذج المطابقة لهذه الدليلة من قاعدة

البيانات مقللين بذلك الوقت المطلوب للمقارنة مع كل النماذج كذلك تخفيض عدد العمليات المطلوبة لاستقراء كل دلائل التمييز لكل الاجسام. يبين المخطط التالي الخوارزمية الخاصة بتصنيف انواع الكريات في الدم السليم:



الرسم رقم 120. خوارزمية تصنيف كريات الدم السليم



الرسم رقم 121. المخطط العام لخوارزمية تصنيف كريات الدم السليم

خوارزمية حساب عدد كريات الدم

يحسب الانسان عدد الاجسام عادة بالعين بشكل منفصل او بتقسيم هذه الاجسام الى مجموعات وتمتلك العين البشرية خاصية حساب عدد الاجسام القليلة العدد في الصورة المطبوعة على الشبكية بسرعة فائقة، لذلك من الضروري كان إعطاء هذه الخاصية ايضا للبصر الصناعي لما لها من فائدة كبيرة في عمليات معالجة وتمييز الصور ولاسيما في مسالة الكشف عن امراض الدم باستخدام البصر الصناعي وذلك لحساب عدد الكريات من كل نوع. تقوم احدى هذه الخوارزميات على حساب عدد تقاطعات الخطوط العامودية المتنقلة على طول السطر مع الحدود الخارجية للاجسام في الصورة والمراد حساب عددها وبعد ذلك نحصل على فرق الخطوط المجاورة ونحسب الاجمالي وبعد ذلك يتم تقسيم الناتج على اربعة ونحصل على عدد الاجسام في الصورة. لتنفيذ هذه الخوارزمية لابد من إجراء معالجة مبدئية للحصول على صورة ثنائية اللون ذات نوعية عالية والتي تسمح بإظهار الحدود الخارجية للاجسام في الصورة باستخدام دالة الغرادينت التي تم عرضها بالتفصيل في كتاب معالجة الصور.

$$g(x,y) = G[f(x,y)].$$

الطريقة الثانية لحساب عدد الكريات بغض النظر عن انتماء الكرية لهذا النوع او ذاك تقوم على عدد أيلر

$$R = f_0(F) = a_1 - a_2 + a_4,$$

حيث A - هي المصفوفة الاساسية الممثلة للصورة، a_1 - عدد النقاط ذات القيمة 1 في الصورة الثنائية، a_2 - عدد

ثنائيات النقط ذات القيمة 1، a_4 - عدد الاربعة نقاط المتجاورة ذات القيمة 1.

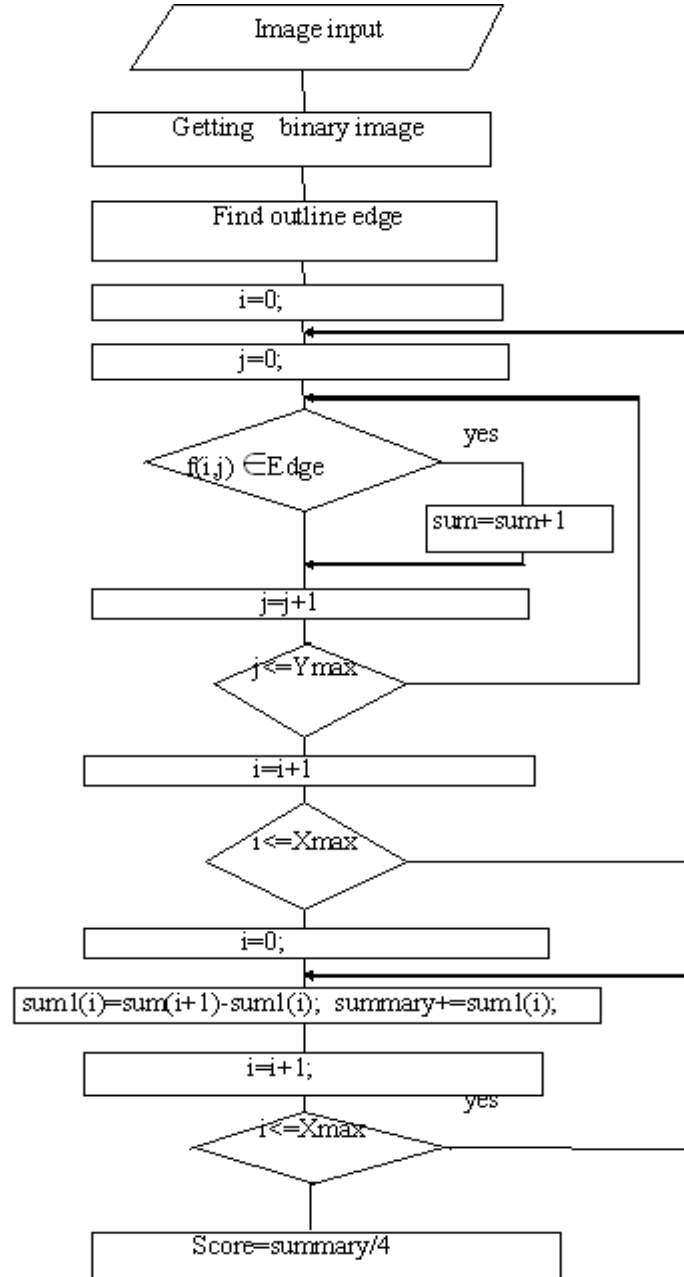
بهدف إزالة تأثير تموضع الخلايا (الاجسام) على بعضها البعض نستخدم إجراء مسح الحدود الخارجية في الصورة

حيث يتم تقطيع الكريات المتلاصقة والمتوضعة فوق بعضها البعض الى كريات منفصلة هذه العملية تتم باستخدام

الدالة المنطقية التالية على الصورة: $a(i,j)$

$$b(i,j) = \&(i+t, j+t), t, t... \{0, +1\};$$

حيث (i,j) احداثيات العنصر المعالج من المصفوفة الممثلة للصورة.
تفي كل من هتان الخوارزميتان بالغرض لحساب عدد الكريات في مسألة الكشف عن امراض الدم باستخدام البصر الصناعي.



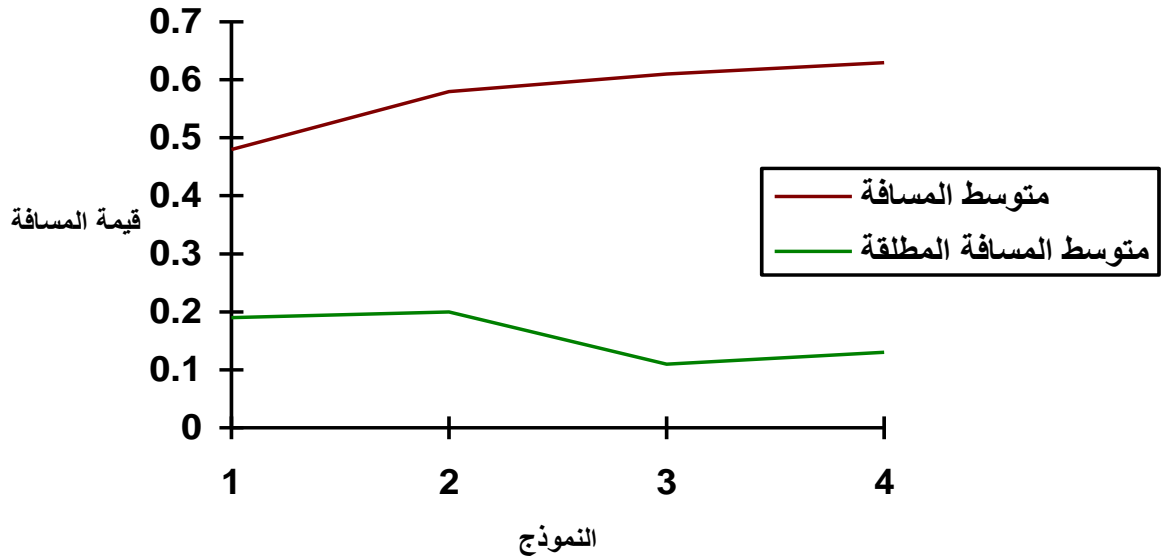
نتائج بعض التجارب المنفذة بهدف تصنيف الكريات

نورد هنا نتائج التجارب التي تمت على نوع واحد لكريات الدم بمختلف مراحل النمو (عامود واحد من الرسم المفصل لكريات الدم) كمجموعة نماذج قاعدة البيانات تم اختيار 9 كريات حيث ان بعض هذه الكريات تنتمي الى نفس الصنف، باستخدام مبدا الاسقاط تم حساب قيم المطابقة بين الاصناف وتم حساب المسافة المتوسطة والمتوسطة المطلقة بين الاصناف حيث يوضح الجدول التالي هذه النتائج:

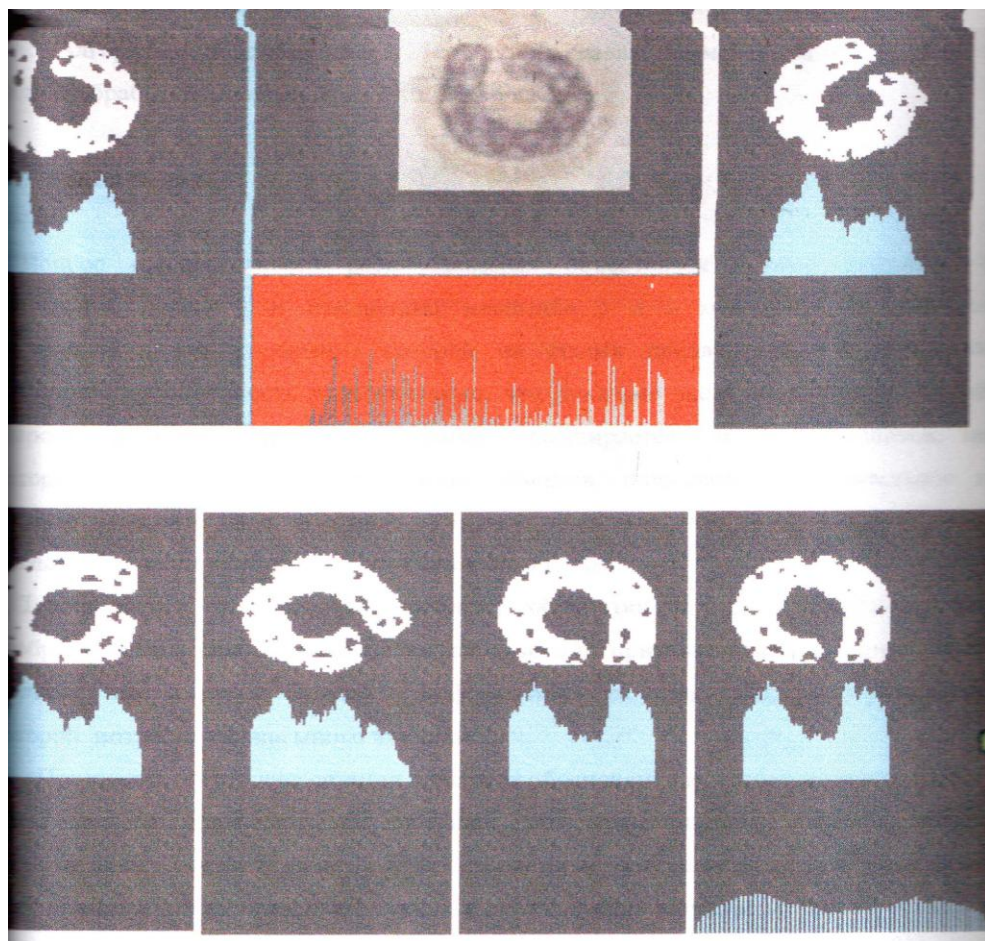
الجدول رقم 17.

النموذج الاساسي	المسافة المتوسطة بين الاصناف	المسافة المتوسطة المطلقة
1	0,48	0,19
2	0,58	0,2
3	0,61	0,11
4	0,63	0,13

هذه النتائج توضح انه باستخدام قيم المطابقة هذه (متوسط المسافة بين الاصناف و المتوسط المسافة المطلقة) يمكن تصنيف كريات هذا النوع حسب مرحلة النمو حسب الاصناف المطلوبة. كما يسمح المخطط التالي بمقارنة نتائج هذه التجارب.



الرسم رقم 123.



الرسم رقم 124. إستخدام مبدأ الاسقاط لحساب قيم المطابقة بين الاصناف

المراجع

- Садыков С. С. Цифровая обработка и анализ изображения . - Ташкент : НПО ‘ Кибернетика’ АН РУз , - 1994. 193 с.
- Претт У. Цифровая обработка изображений: Пер. с англ. - М.: Мир, 1982 - кн.1.- 312с. , ил., кн.2.- 480 с., ил.
- Ахмед Н., Рао К.Р. Ортогональные преобразования при обработке цифровых сигналов. - М.: Связь, 1980. - 248 с. , ил.
- Аберкулов Ш.Э. Разработка и применение эвристических методов и критериев выбора информативных признаков в распознавании образов. : Автореферат дис. канд. техн. наук : Ташкент, 1995.

- Васильев В.И. Проблема обучения распознаванию образов. К.: Высшая шк. Головное изд-во, 1989.- 64 с. , ил.
- Васильев В.И. Распознающие системы: Справочник. Киев: Наукова думка, 1983.- 292 с.
- Генкин В.Л. и др. Системы распознавания автоматизированных производств. - Л.: Машиностроение, 1988. - 264 с. , ил.
- Горелик А.Л., Скрипкин В.А. Методы распознавания. - М.: Высшая школа, 1989. - 232 с.: ил.
- Горлик А.Л. Общая постановка задачи распознавания объектов и явлений. // Кибернетика, 1980, №6. - 231 с.
- Дуда Р., Харт П. Распознавание образов и анализ сцен. - М.: Мир, 1976.
- Жирков В.Ф., Шутов А. Д. , Арнос Б.А. Выбор оптимального базиса преобразования формы в задаче распознавания визуальных образов // Перспективные информационные технологии в анализе изображения и распознавании образов: Тез. докл. Конф.- Ташкент: УЗНПО "кибернетика", АН респ. Узбекистан, 1992.- с. 9,10.
- Жирков В.Ф., Арнос Б.А. Двумерные преобразования при синтезе изображений // Разработка и применение САПР ВЧ и СВЧ электронной аппаратуры: Тез. докл. - Владимир, 1994.- с. 84-86.
- Жирков В.Ф., Арнос Б.А. Формирование изображений с пересечением управляемого фрагмента // Оптико - электронные приборы и устройства в системах распознавания образов, обработки изображений и символьной информации: Тез. докл. конф. - Курск:,Курский политехнический институт, 1993.- с. 19,20.
- Арнос Б.А. Геометрические преобразования : статья. // сб. стат. Информационные системы и технологии.- 1996. (в печати)
- Жирков В. Ф. , Сушкова Л. Т. , Арнос Б. А. Компьютерный анализ крови под микроскопом: возможности и проблемы.: статья. // сб. стат. Медицинский вестник. - Владимир , 1996. (в печати)
- Зинченко Т.П. Опознание и кодирование. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1981.- 183 с. , ил.
- Интеллектуальные процессы и их моделирование. Академия наук СССР. М.: Наука, 1987.-393 с.
- Ковалевский В.А. Методы оптимальных решений в распознавании изображений. - М.: Наука, 1967. - 328 с.

- Компьютер обретает разум: Пер. с англ. / под ред. и с предисловием В.Л.Стефанюка. - М.: Мир, 1990. - 240 с. , ил.
- Малакаев А.Р. Разработка и практическое применение распознающей советующей системы. : Автореферат дис. канд. техн. наук : Ташкент, 1994.
- Мартинес Ф. Синтез изображений. Принципы, аппаратное и программное обеспечение: Пер. с фр. - М.: Радио и связь, 1990. - 192 с. , ил.
- Моносов В.Л. Симптомокомплексный подход при разработке экспертной системы прогнозирования развития тяжести состояния в неонатологии.: Автореферат дис. канд. техн. наук : Санкт- Петербург, 1994.
- Павловский В.Ф. Моделирование и обработка сигналов быстрыми цифровыми свертками в биологии и медицине. : Автореферат дис. канд. техн. наук : Санкт- Петербург, 1994.
- Пелешенко Е.И. Автоматизированный анализ и моделирование функциональных состояний сердца при действии биологически активных веществ.: Автореферат дис. канд. техн. наук : Воронеж, 1994.
- Петренко А.И. Методы и устройства распознавания цвета объектов. М.: “Энергия”, 1972. -96 с.
- Представление и использование знаний: Пер. с япон. / Под. ред. Х.Уэно, М.Исидзука, - М.: Мир, 1989. - 220 с., ил.
- Принципы распознавания образов. Пер. с англ. Под ред. Ю.И.Журавлева. - М., 1978.
- Путьтин Е.П., Аверин С.И. Обработка изображений в робототехнике. - М.: Машиностроение, 1990.- 320 с., ил.
- Распознавание, классификация, прогноз. / Выпуск 2. Отв. редактор член-кор. АН СССР Ю.И.Журавлев. М.: Наука, 1989.
- Решающие идеи - системы диагностики и терапии фирмы “Сименс”, ФРГ, 1991.- 127 с. , ил.
- Роганов В.Р. Организация визуальных баз данных и управления компьютерными генераторами изображений имитаторов визуальной обстановки тренажеров. : Автореферат дис. канд. техн. наук : Пенза, 1995.
- Роджерс Д. Алгоритмические основы машинной графики: пер. с англ. - М.: Мир, 1989.- 512 с. , ил.

- Руссин Б.П. Структурно-лингвистические методы распознавания изображений в реальном времени - Киев: Наука думка, 1986.
- Рыбченко А.А. Создание и исследование медицинских диагностических систем при оказании неотложной помощи. : Автореферат дис. канд. техн. наук : Владивосток, 1993.
- Садыков С. С. Информационные устройства - Ташкент , 1992 , 100 с.
- Системы технического зрения / А.Н.Писаревский и др. - Л.: Машиностроение, 1988.- 424 с. ,ил.
- Справочник: Искусственный интеллект. Кн.2. Модели и методы. / Под ред. проф. Д.А.Поспелова - М.: Радио и связь, 1990.- с. 149-201., ил.
- Способ визуального определения цветовой характеристики объектов. : Описание изобретения SU 1804598 A3 G01 13/46 - 23.03.93. Бюл. N 11.- с. 4 , ил. Старощук Б.А.
- Техническое зрение роботов / Под ред. А.Пью; Пер. с англ. Д.Ф.Миронова; Под. ред. Г.П.Катыса - М.: Машиностроение, 1987.
- Торпченко А.Ю. Специализированные устройства предварительной обработки сигналов в системах реального времени. : Автореферат дис. докт. техн. наук : Санкт-Петербург, 1995.
- Устройства для поиска патологических измененных клеток в Цитологическом препарате. // Патент N 938935, публикация 30.06.82. - 6 с., ил.
- Устройство для определения усредненного цвета объекта : А. С. 1518685(СССР), МКИ G 01 J 3/46./ Тимохин Ю.В.(СССР).- 5 с. , ил.
- Устройство для коррекции геометрических и яркостных искажений телевизионного изображения. : А. С. 1282359(СССР), МКИ Н 04 N / Уханов С.П.(СССР) .- 3 с., ил.
- Устройство формирования телевизионного изображения с перемещением управляемого фрагмента. : А.С. 1644171 SU МКИ G 06 F 15/64 / Жирков В.Ф., Буланкин В.Б.(СССР) - 3 с., ил.
- Устройство для коррекции перекрестных искажений типа яркость- цветность. : А.С. 1818709(США), МКИ Н 04 / Ахмед М.М.(ЕАР) - с. 4, ил.
- Цифровое устройство разделения сигналов яркости и цветности в декодере системы СЕКАМ. : А. С. N1781841 (СССР) МКИ. Н 04 / Басий В.Т. и др.(СССР)- 2 с. , ил.

- Устройство формирования телевизионного изображения поворотом управляемого фрагмента // Положительное решение 94040345(Россия). , МКИ 6 G 096 1/16, F 15/62/ Жирков В.Ф., Арнос Б.А. (Россия , Сирия)
- Устройство формирования телевизионного изображения с изменением масштаба управляемого фрагмента // Положительное решение 93035752 ,(Россия). , МКИ 6 G 096 1/16, F 15/62/ Жирков В.Ф., Арнос Б.А. (Россия , Сирия)
- Устройство формирования телевизионного изображения с перемещением управляемых фрагментов // Положительное решение 9302079 (Россия). , МКИ 6 G 096 1/16, F 15/62/ Жирков В.Ф., Арнос Б.А. (Россия , Сирия)
- Устройство для обработки изображений . : А. С. 1619291,(СССР) МКИ. G 06 / Кожемяко В.П. (СССР) - 6 с., ил.
- Устройство для идентификации двухцветных объектов. : А.С. 1783321(СССР) МКИ. G 01 J 3/46 / Табалаев С.К. (СССР) - 5 с. , ил.
- Федотов Н.Г. Методы стохастической геометрии в распознавании образов. - М.: Радио и связь, 1990.- 144 с. , ил.
- Фоли Дж., Вэн Дэм А. Основы интерактивной машинной графики: в 4-х книгах. Кн.1.- 512 с., ил. , Кн. 2. - 368 с. , ил. Пер. с англ. - М.: Мир, 1985.
- Фоменко Н.Б. Анализ случайных процессов с использованием функции Уолша. // Радиотехника и электроника, 1977, N 4, с.720-728.
- Фомин Я.А., Тарловский Г.Р. Статическая теория распознавания образов. - М.: Радио и связь, 1986. - 263 [1] с. , ил.
- Фор. Восприятие и распознавание образов. Пер. с фр. под ред. д.т.н. Г.П.Катыса. -М.: Машиностроение, 1989.- 272 с. , ил.
- Фу К., Гонзалес Р., Ли К. Робото техника: Пер. с англ. - М.: Мир, 1989.- 624 с. , ил.
- Хромов Л.И. и др. Видеоинформатика. Передача и компьютерная обработка информации / - М.: Радио и связь, 1991.- 192 с. , ил.
- Чугункина Э.В. Технология алгоритмизации логики врача при создании медицинских биотехнических систем поддержки диагностических решений. : Автореферат дис. канд. техн. наук : Киев, 1992.

- Шарафиддин М.А. Обобщенное преобразование Уолша-Адамара и некоторые вопросы его применения для решения задач обработки и распознавания изображения. : Дис. канд. техн. наук : Владимир, 1991.
- Шахинпур М. Курс робототехники. Пер. с англ. - М.: Мир, 1990.- 527 с. , ил.
- Эгрон Ж. Синтез изображений. Базовые алгоритмы: Пер. с фр. - М.: Радио и связь, 1993.- 216 с. , ил.
- Александр Шамис, Поведение, восприятие, мышление: проблемы создания искусственного интеллекта, Едиториал УРСС, 2005 г.
- Стюарт Рассел, Питер Норвиг, Искусственный интеллект. Современный подход, Издательство: Вильямс, 2006 г.
- Аркадий Частиков, Татьяна Гаврилова, Разработка экспертных систем. Среда CLIPS, Издательство: БХВ-Петербург, 2003 г.
- А. П. Частиков, Д. Л. Белов, Т. А. Гаврилова, Разработка экспертных систем. Среда CLIPS, Твердый переплет (2003)
- А. И. Башмаков, И. А. Башмаков, Интеллектуальные информационные технологии, Твердый переплет (2005)
- Вячеслав Афонин, Владимир Макушкин, Интеллектуальные робототехнические системы, Издательство: Интернет-университет информационных технологий, 2005 г.
- В. Л. Афонин, В. А. Макушкин, Интеллектуальные робототехнические системы, Твердый переплет (2005)
- К. Протасова, Искусственный интеллект. Стратегии и методы решения сложных проблем, Издательство: Вильямс, 2003 г.
- А. Л. Шамис, Поведение, восприятие, мышление: проблемы создания искусственного интеллекта, Издательство: Едиториал УРСС, 2005 г.
- Бондарев В.Н., Аде Ф.Г., Искусственный интеллект: Учебное пособие для вузов Твердый переплет (2002)
- В. К. Финн, Интеллектуальные системы и общество, Издательство:Синтег, 2002 г.
- Ю. Ф. Тельнов, Интеллектуальные информационные системы в экономике., Учебное пособие, Мягкая обложка (2000)
- В. В. Корнеев, А. Ф. Гареев, С. В. Васютин, В. В. Райх, Базы данных. Интеллектуальная обработка информации, Мягкая обложка (2000)
- К.А. Пупков, В.Г. Коньков, Интеллектуальные системы, Мягкая обложка (2003)
- В. А. Филиппов, Интеллектуальный анализ данных: методы и средства, Издательство: Питер, 2000 г.
- Г. А. Кушнир, Системы искусственного интеллекта. Лекция, Издательство: Маркетинг, 2001 г.
- Еремеев А.П. Экспертные модели и методы принятия решений. - М.: МЭИ, 1995.
- Абчук В.А., Бункин В.А. Интенсификация: принятие решений. - Л.: Лениздат, 1987. - 174 С.
- Жуковин В.Е. Многокритериальные модели принятия решений с неопределенностью. - Тбилиси, 1983.
- Ларичев О.И. Наука и искусство принятия решений. М., 1979.

- Castleman, K.R., *Digital Image Processing*. Second ed. 1996, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Dorst, L. and A.W.M. Smeulders, *Length estimators compared*, in *Pattern Recognition in Practice II*, E.S. Gelsema and L.N. Kanal, Editors. 1986, Elsevier Science: Amsterdam.
- Olivier Faugeras (1993). *Three-Dimensional Computer Vision, A Geometric Viewpoint*, MIT Press.
- David A. Forsyth and Jean Ponce (2003). *Computer Vision, A Modern Approach*, Prentice Hall
- Aleksander, I., Thomas, W. V., and Bowden, P. A. (1984). Wisard: A radical step forward in image recognition. *Sensor Review*, 4:120–124.
- Breiman, L., Friedman, J. H., Olshen, R. A., and Stone, C. J. (1984). *Classification and Regression Trees*. Wadsworth and Brooks, Monterey, Ca.
- Buntine, W. (1992). Learning classification trees. *Statistics and Computing*, 2:63–73.
- Fukunaga, K. (1990). *Introduction to Statistical Pattern Recognition*. Academic Press, 2nd edition.
- Kohonen, T., Barna, G., and Chrisley, R. (1988). Statistical pattern recognition with neural networks: Benchmarking studies. In *IEEE International Conference on Neural Networks*, volume 1, pages 61–68, New York. (San Diego 1988), IEEE.
- Krishnaiah, P. and Kanal, L., editors (1982). *Classification, Pattern Recognition, and Reduction of Dimensionality*, volume 2 of *Handbook of Statistics*. North Holland, Amsterdam.
- Andrea Selinger and Randal C. Nelson, "A Perceptual Grouping Hierarchy for Appearance-Based 3D Object Recognition", *Computer Vision and Image Understanding*, vol. 76, no. 1, October 1999, pp.83-92
- Randal C. Nelson and Andrea Selinger "Large-Scale Tests of a Keyed, Appearance-Based 3-D Object Recognition System", *Vision Research*, Special issue on computational vision, Vol. 38, No. 15-16, Aug. 1998.
- Randal C. Nelson, Visual Learning and the Development of Intelligence, In *Early Visual Learning*, Shree K. Nayar and Tomaso Poggio, Editors, Oxford University Press, 1996, 215-236.
- Randal C. Nelson and Andrea Selinger "A Cubist Approach to Object Recognition", *International Conference on Computer Vision (ICCV98)*, Bombay, India, January 1998, 614-621.
- Heckerman, David, "A Tutorial on Learning with Bayesian Networks," Technical Report MSR-TR-95-06, Microsoft Research, 1995.
- R. G. Cowell, A. P. Dawid, S. L. Lauritzen and D. J. Spiegelhalter. "Probabilistic Networks and Expert Systems". Springer-Verlag. 1999.
- A Hierarchical Bayesian Network for Event Recognition of Human Actions and Interactions ,Sangho Park, J.K. Aggarwal

- Richard O. Duda, Peter E. Hart, David G. Stork "Bayesian decision theory is a fundamental statistical approach to the problem of pattern classification. Wiley-Interscience; 2nd edition , 2000.
- Shimon Ullman, High-Level Vision: Object Recognition and Visual Cognition, MIT Press; 1st edition 2000
- Nello Cristianini, John Shawe-Taylor, An Introduction to Support Vector Machines and Other Kernel-based Learning Methods, Cambridge University Press; 1st edition 2000
- David A. Forsyth , Jean Ponce, Computer Vision: A Modern Approach, Prentice Hall; 1st edition 2002)
- Duric, Z., Fayman, J., and Rivlin, E., "Function from Motion", IEEE Trans. On Pattern Analysis and Machine Intelligence, pp. 579-591, June, 1996.
- Ronen Basri, Recognition by Prototypes, International Journal of Computer Vision,19(2):147-168,1996.
- Oppenheim, A.V., A.S. Willsky, and I.T. Young, *Systems and Signals*. 1983, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall.
- Vetter, T., Poggio, T., Linear Object Classes and Image Synthesis from a Single Example Image, PAMI(19), No. 7, July 1997, pp. 733-742.
- Grimson,W.E.L., The Combinatorics of Object Recognition in Cluttered Environments Using Constrained Search, AI(44), No. 1-2, July 1990
- Sarachik,K.B.[KarenB.], The Effect of Gaussian Error in Object Recognition, PAMI(19), No. 4, April 1997
- Wu, K.N., Levine, M.D., 3-D Shape Approximation Using Parametric Geons, IVC(15), No. 2, February 1997
- J. Ross Beveridge, David Bolme, The CSU Face Identification Evaluation System Its purpose, features, and structure, Machine Vision and Applications (2005)
- Fass, J.C., *The Image Processing Handbook*. Second ed. 1995, Boca Raton, Florida: CRC Press.
- Giardina, C.R. and E.R. Dougherty, *Morphological Methods in Image and Signal Processing*. 1988, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice–Hall.
- Gonzalez, R.C. and R.E. Woods, *Digital Image Processing*. 1992, Reading, Massachusetts: Addison-Wesley.
- Hunt, R.W.G., *The Reproduction of Colour in Photography, Printing &Television*,. Fourth ed. 1987, Tolworth, England: Fountain Press.
- Freeman, H., *Boundary encoding and processing*, in *Picture Processing and Psychopictorics*, B.S. Lipkin and A. Rosenfeld, Editors. 1970, Academic Press: New York.
- Stockham, T.G., *Image Processing in the Context of a Visual Model*. Proc. IEEE, 1972.
- Murch, G.M., *Visual and Auditory Perception*. 1973, New York: Bobbs-Merrill Company, Inc.
- Blakemore, C. and F.W.C. Campbell, *On the existence of neurons in the human visual system selectively sensitive to the orientation and size of retinal images*. J. Physiology, 1969.

- Young, I.T., *Quantitative Microscopy*. IEEE Engineering in Medicine and Biology, 1996.
- Young, I.T., *Sampling density and quantitative microscopy*. Analytical and Quantitative Cytology and Histology, 1988.
- Kulpa, Z., *Area and perimeter measurement of blobs in discrete binary pictures*. Computer Vision, Graphics and Image Processing, 1977.
- Vossepoel, A.M. and A.W.M. Smeulders, *Vector code probabilities and metrication error in the representation of straight lines of finite length*. Computer Graphics and Image Processing, 1982.
- Photometrics Ltd., *Signal Processing and Noise*, in *Series 200 CCD Cameras Manual*. 1990: Tucson, Arizona.
- Ian T. Young, Jan J. Gerbrands, Lucas J. van Vliet, *Fundamentals of Image Processing*
- Groen, F.C.A., R.J. Ekkers, and R. De Vries, *Image processing with personal computers*. Signal Processing, 1988.
- Verbeek, P.W., H.A. Vrooman, and L.J. Van Vliet, *Low-Level Image Processing by Max-Min Filters*. Signal Processing, 1988.
- Young, I.T. and L.J. Van Vliet, *Recursive Implementation of the Gaussian Filter*. Signal Processing, 1995.
- Kuwahara, M., *et al.*, *Processing of RI-angiocardigraphic images*, in *Digital Processing of Biomedical Images*, K. Preston and M. Onoe, Editors. 1976, Plenum Press: New York..
- Serra, J., *Image Analysis and Mathematical Morphology*. 1982, London: Academic Press.
- Vincent, L., *Morphological transformations of binary images with arbitrary structuring elements*. Signal Processing, 1991.
- Van Vliet, L.J. and B.J.H. Verwer, *A Contour Processing Method for Fast Binary Neighbourhood Operations*. Pattern Recognition Letters, 1988.
- Canny, J., *A Computational Approach to Edge Detection*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1986.
- Verbeek, P.W. and L.J. Van Vliet, *On the Location Error of Curved Edges in Low-Pass Filtered 2D and 3D Images*. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1994.
- Van Vliet, L.J., I.T. Young, and A.L.D. Beckers, *A Non-linear Laplace Operator as Edge Detector in Noisy Images*. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 1989..
- Meyer, F. and S. Beucher, *Morphological Segmentation*. J. Visual Comm. Image Rep., 1990..
- Giardina, C.R. and E.R. Dougherty, *Morphological Methods in Image and Signal Processing*. 1988, Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall. 321.
- Gonzalez, R.C. and R.E. Woods, *Digital Image Processing*. 1992, Reading, Massachusetts: Addison-Wesley. 716.
- Murch, G.M., *Visual and Auditory Perception*. 1973, New York: Bobbs-Merrill Company, Inc. 403.

- Dorst, L. and A.W.M. Smeulders, *Length estimators compared*, in *Pattern Recognition in Practice II*, E.S. Gelsema and L.N. Kanal, Editors. 1986, Elsevier Science: Amsterdam. p. 73-80.
- Verbeek, P.W., H.A. Vrooman, and L.J. Van Vliet, *Low-Level Image Processing by Max-Min Filters*. Signal Processing, 1988. **15**: p. 249-258.
- Young, I.T. and L.J. Van Vliet, *Recursive Implementation of the Gaussian Filter*. Signal Processing, 1995. **44**(2): p. 139-151.
- Vincent, L., *Morphological transformations of binary images with arbitrary structuring elements*. Signal Processing, 1991. **22**(1): p. 3-23.
- Van Vliet, L.J. and B.J.H. Verwer, *A Contour Processing Method for Fast Binary Neighbourhood Operations*. Pattern Recognition Letters, 1988. **7**(1): p. 27-36.
- Lee, J.S.L., R.M. Haralick, and L.S. Shapiro. *Morphologic Edge Detection*. In *8th International Conference on Pattern Recognition*. 1986. Paris: IEEE Computer Society.
- Van Vliet, L.J., I.T. Young, and A.L.D. Beckers, *A Non-linear Laplace Operator as Edge Detector in Noisy Images*. Computer Vision, Graphics, and Image Processing, 1989. **45**: p. 167-195.
- Berns, R.S., Motta, R.J. and Gorzynski, M.E., CRT Colorimetry: Part 1 Theory and Practice, Part 2 Metrology, Color Research and Application, 18, (1993)
- Travis, D, Effective Color Displays. Theory and Practice, Academic Press, 1991. ISBN 0-12-697690-2

هذا الكتاب:

لا يخفى على القارئ الفائدة الكبيرة من التطبيقات العملية لنظم المعالجة والتمييز. هي تعتبر بحق واحدة من اهم وظائف الذكاء الاصطناعي، تنقسم انظمة المعالجة والتمييز الى جزئين رئيسيين وهما، حسب المسمى، المعالجة والتمييز. حيث تكون مهمة المعالجة هي تنفيذ العمليات الخاصة بمعالجة الصور، والتي تتلخص بتحسين الصور وترميمها. تكون المعالجة ملازمة للتمييز، حيث تعتبر جزء ضروري لإعداد الصورة للتمييز الذي هو موضوع هذا الكتاب. يعرف تمييز الصور بأنه مسألة معالجة وتحويل الصور المدخلة الى تراكيب بلغة دلالات التمييز التي تسمح بتصنيف الجسم المراد التعرف عليه الى احد الأصناف المشكلة في مرحلة التعلم و/ او التخطيط. يعتبر إختيار مجموعة دلالات التمييز هو الاختلاف الأساسي بين مبادئ التمييز الكثيرة جدا والمختلفة. تحدد عملية إختيار دلالات التمييز وإمكانية جمعها أليا مستوى كفاءة و مصداقية نظام المعالجة والتمييز. تتلخص عملية التمييز بالتالي: إختيار مجموعة دلالات التمييز بالإستناد على مبدأ التمييز المختار. وصف (تعريف) الصورة بلغة الدلائل (عناصر التمييز). حساب قيم معايير المطابقة للجسم المراد تمييزه. مطابقة هذه القيمة مع القيم الخاصة بالنماذج المخزنة في قواعد البيانات. أخذ القرار بإلحاق هذا الجسم الى احد أصناف مجموعة النماذج.

يغطي هذا الكتاب مراحل وأدوات وطرق تطوير انظمة تمييز الصور. يبدأ الكتاب بمقدمة تعرف القارئ بتعاريف هذه النظم وانواعها ومهامها. ينتقل الى نماذج الدوال المستخدمة كمعايير المطابقة لمهام التصنيف والتقسيم وإتخاذ القرار بإنتماء الجسم المراد تمييزه الى هذا او ذاك الصنف. يعطي فكرة شاملة عن دلالات التمييز الممكنة، والمستخدم في انظمة التمييز، كما يعرض معايير التقييم المستخدمة لإختيار دلالات التمييز. ينتقل الى الشرح المفصل عن بعض مبادئ التمييز ومن بينها مبادئ التمييز المستعملة لتمييز الصور الملونة. يوضح بتفصيل كيفية إستعمال اللون كعنصر تمييز، بإستخدام التحويلات اللونية المشروحة في كتاب معالجة الصور، ويعطي نتائج التجارب في هذا المجال. يشرح بنمغن بعض انظمة التمييز المعنية بمسائل معينة.